

# О формулировке условия сверхпластичности в задачах механики (проблема его экспериментального построения)

Васин Р.А.<sup>†</sup>, Быля О.И.

НИИ механики МГУ имени М.В.Ломоносова, г. Москва

<sup>†</sup> ra.vasin@yandex.ru

## On the formulation of superplasticity criterion in the problems of mechanics (the problem of its experimental design)

R.A. Vasin, O.I. Bylya

Institute of Mechanics, Moscow State University, Moscow

Корректная формулировка краевой задачи механики сверхпластичности должна включать условие (критерий) сверхпластичности. Это условие устанавливает область применимости или адекватности определяющих соотношений сверхпластичности. Построение этого условия требует проведения систематических экспериментов по «околосверхпластическому» деформированию. Названная проблема обсуждается на примере теории пластического течения Сен-Венана.

**Ключевые слова:** сверхпластичность, краевая задача, эксперимент, условие сверхпластичности.

For correct formulation of the boundary-value problem the Superplasticity Criterion has to be involved. This Criterion states the range of applicability or validity of the constitutive equations of superplasticity. For the development of such Criterion the systematic experimental study of the near-to-superplastic processes of deforming is required. This problem is discussed on the base of the Saint-Venant's flow theory.

**Key words:** superplasticity, boundary value problem, experiment, superplasticity criterion.

### 1. Введение

Общая формулировка начально-краевой задачи в механике сверхпластичности должна включать (наряду с другими необходимыми соотношениями) условие сверхпластичности – поверхность в соответствующем пространстве параметров, которая разделяет области сверхпластического деформирования и «несверхпластического» (вязко-пластического или вязко-упругого) деформирования. Как показывает анализ известных определений явления сверхпластичности, на их основе нельзя прямо сформулировать условие сверхпластичности в терминах механики деформируемого твердого тела. Обсуждаются некоторые подходы к построению условия сверхпластичности и отмечается недостаточность имеющихся экспериментальных данных для решения этой проблемы. Предлагается разрабатывать методики и целенаправленно проводить эксперименты по программам «околосверхпластического» деформирования («процессы, близкие к сверхпластичности»). Эти программы, в частности, должны предусматривать выход за оптимальные границы сверхпластичности и возвращение в них по температуре и по скорости деформации.

О постановке краевой задачи в механике сверхпластичности.

Явление сверхпластичности (СП) эффективно используется в современных технологиях обработки давлением труднодеформируемых материалов, производства изделий ответственного назначения, в том числе изделий с регламентированными функциональными свойствами. При разработке таких технологий важнейшую роль играет математическое моделирование процессов сверхпластического деформирования (СПД).

Анализ публикаций, посвященных решению разнообразных технологических задач с использованием явления СП, показывает, что в подавляющем большинстве из них (см., например, труды регулярно проводимых Международных конференций по сверхпластичности “Superplasticity in Advanced Materials”) отсутствует обсуждение постановок соответствующих краевых задач. Такое обсуждение должно, в частности, касаться выбора определяющих соотношений материала (обоснование их адекватности со ссылкой на эксперимент, приемлемость для исследования рассматриваемого класса задач, удобство использования в численных расчётах и т.д.); формулировки достаточно адекватных граничных и контактных условий; оценки неоднородности температурного поля (надо ли учитывать эту неоднородность; в случае учёта необходима ли связанная постановка краевой

задачи и т.д.). Известен ряд исследований, посвящённых построению определяющих соотношений СП различного уровня сложности (в том числе рекомендуемых для использования в расчётах технологических процессов – см., например, одну из пионерских отечественных работ [1]); их обзор не является целью настоящей работы. Наиболее часто в публикациях, связанных с математическим моделированием процессов СПД, указываются следующие упрощающие гипотезы: температурное поле в заготовке считается известным (заданным), в частности, постоянным, и тогда температура входит в определяющие соотношения как параметр; считается, что весь материал заготовки находится в состоянии сверхпластичности. К сожалению, последняя гипотеза далеко не всегда применима к реальным технологическим процессам. Действительно, оптимальные условия изотермического СПД трудно (или невозможно) реализовать в течение длительного времени (особенно при больших габаритах заготовки); сложно подготовить требуемую достаточно однородную ультрамелкозернистую исходную микроструктуру; неэффективно вести весь процесс при малых скоростях деформаций, характерных для СПД. Если при математическом моделировании технологического процесса принимаются единые для всей заготовки определяющие соотношения СП, то разрабатываются методы управления формоизменением материала, обеспечивающие по возможности оптимальный режим деформирования в условиях СП (см., например, [2]). Другой подход состоит в составлении специальных карт, на которых в пространстве параметров процесса указываются области устойчивого течения материала (см., например, [3]). Иногда выход за оптимальные пределы СП может происходить и преднамеренно – при увеличении скорости деформирования для ускорения технологического процесса на некотором этапе, при понижении температуры для уменьшения энергозатрат или при попытке измельчения неподготовленной структуры непосредственно в ходе изготовления изделия. Перечисленные и подобные им проблемы требуют обязательного усложнения определяющих соотношений – они должны по-разному формулироваться в различных областях изменения параметров процесса. Иначе говоря, в пространстве параметров процесса должна быть указана область, внутри которой считаются справедливыми определяющие соотношения СП (то-есть, реализуется состояние СП), а вне её – другие определяющие соотношения (то-есть, реализуются состояния, отличные от СП; их может быть несколько видов – каждый со своей областью изменения параметров процесса). Такая ситуация типична для краевых задач механики деформируемого твёрдого тела. Именно так сформулирована достаточно общая постановка начально-краевой задачи механики СП в работе [4]. Приведём замечания из этой работы, касающиеся выбора вида определяющих соотношений СП и условий (границ) их применимости.

Кинематика процесса в эйлеровом представлении движения задается полем вектора скорости  $\vec{v}(\vec{x}, t)$ ; по нему определяются тензор скоростей деформаций  $v_{ij} = 0.5(\partial v_i / \partial x_j + \partial v_j / \partial x_i)$ , его девиатор  $V_{ij}$  и

интенсивность скоростей деформаций  $v_u = \left(\frac{2}{3} V_{ij} V_{ij}\right)^{1/2}$ . Напряженное состояние характеризуется тензором напряжений Коши  $\sigma_{ij}$ , его девиатором  $S_{ij}$  и интенсивностью напряжений  $\sigma_u = \left(\frac{3}{2} S_{ij} S_{ij}\right)^{1/2}$ .

Тензорный вид определяющих соотношений принимается в форме закона пластического течения Сен-Венана

$$S_{ij} = \frac{2\sigma_u}{3v_u} V_{ij} \quad \text{или} \quad V_{ij} = \frac{3v_u}{2\sigma_u} S_{ij} \quad (1)$$

Соотношения (1) должны быть дополнены выражениями для двух скалярных величин – интенсивности напряжений  $\sigma_u$  и плотности материала  $\rho$  (это скалярные свойства определяющих соотношений). Вообще говоря,  $\sigma_u$  и  $\rho$  являются функционалами по времени от интенсивности скоростей деформаций  $v_u$ ; температуры  $T$ ; степени деформации  $e_c$ , определяемой из уравнения  $de_c/dt = v_u$ ; структурных параметров  $\chi_i$  типа размера зерна  $d$ , пористости и др., которые, как правило, задаются эволюционными уравнениями

$$\frac{d\chi_i}{dt} = \varphi_i(\chi_j, T, v_u \dots), \quad t = 0: \chi_i = \chi_i^0 \quad i, j = 1, \dots, m \quad (2)$$

Ввиду сложности и недостаточной изученности функционалы заменяются функциями:

$$\sigma_u = \varphi(v_u, T, e_c, \chi_j \dots) \quad (3)$$

$$\rho = \rho_0 \quad \text{или} \quad \rho = \rho_0(1 + \alpha f(\sigma, v_u, \chi_j \dots)),$$

$$\alpha^2 < 1, \quad 3\sigma = \sigma_{kk} \quad (4)$$

(второе выражение для  $\rho$  – если речь идёт о пористых спеченных материалах, керамике и т.п.).

Определяющие соотношения СП в форме (1) – (4) охватывают широкий круг реологических свойств материалов. Эти свойства (точнее, описывающие их математические модели) разделяются на два класса в зависимости от поведения функции  $\varphi$  в выражении (3) при  $v_u \rightarrow 0$ :

если  $\lim_{v_u \rightarrow 0} \sigma_u = 0$  – это вязкая неньютоновская

жидкость;

если  $\lim_{v_u \rightarrow 0} \sigma_u = \sigma_s(T, e_c, \chi_j \dots) > 0$  – это твёрдое

вязкопластическое тело,

причем указанные пределы существуют независимо от значений других аргументов функции  $\varphi$ . Следует отметить, что названные классы моделей не только по-разному описывают поведение материалов (жидкость – твёрдое тело), но и требуют адекватных граничных условий (на поверхностях контакта с инструментом у

жидкости ставится условие прилипания, для твердого тела такое условие не всегда допустимо). Область применимости определяющих соотношений (1) – (4), то есть, область сверхпластического состояния материала, выделяется системой неравенств

$$T_1 \leq T \leq T_2, \quad \nu_u^{(1)} \leq \nu_u \leq \nu_u^{(2)}, \quad \chi_i^{(1)} \leq \chi_i \leq \chi_i^{(2)}. \quad (5)$$

Вне этой области состояние материала не сверхпластическое, описываемое, вообще говоря, другими определяющими соотношениями (они могут, в частности, иметь вид (1) – (4), но с другими функциями  $\varphi_p, \varphi, f$ ). При использовании условий (5) необходимо иметь в виду следующее: не обязательно, чтобы все  $\chi_i$ , входящие в выражения (3) и (4), входили в (5); если условия (5) действительно содержат какой-либо параметр  $\chi_i$  (например,  $\chi_i = d$ ), а в (3), (4) он не входит, всё равно определяющие соотношения должны включать эволюционное уравнение для  $\chi_i$  вида (2). Соотношения вида (5), задающие границы области СП, будем называть условием СП. Ниже обсуждаются возможности экспериментального построения условия СП.

## 2. Об экспериментальном построении условия сверхпластичности

Напомним, как в теории пластичности экспериментально исследуется условие пластичности (поверхность нагружения). Это исследование базируется на определении пластической деформации как необратимой, остаточной при полной разгрузке материала. Принципиально важно, что построение поверхности нагружения строится с использованием некоторого допуска  $\Delta_p$  на пластическую деформацию. В экспериментальной пластичности установлено, что при уменьшении допуска  $\Delta_p$  начальная поверхность нагружения уменьшается в размерах (при  $\Delta_p \rightarrow 0$  она строится по пределу пропорциональности), практически не меняя своей формы; последующие поверхности нагружения при малых  $\Delta_p$  (порядка  $10^{-4}$  и менее) изменяют и форму, и размеры в зависимости от величины  $\Delta_p$  и даже от последовательности определения точек на поверхности нагружения. Проблемы, возникающие при построении последующих поверхностей нагружения, связаны в первую очередь с временными эффектами и нелинейностью разгрузки. Сравним эти факты с ситуацией в механике СП.

Оказывается, конструктивное определение СП, на основании которого можно экспериментально строить условие СП (аналогично поверхности нагружения в теории пластичности), отсутствует. Многочисленные феноменологические определения СП можно разделить на две группы – непосредственно апеллирующие к эксперименту на растяжение или дающие общую картину феноменологии СП без обсуждения эксперимента на растяжение. Во всех определениях из первой группы выделяется способность материала достигать очень больших деформаций при растяжении. Это обстоятельство позволяет естественно ввести обобщенное определение: сверхпластическим называется поведение материала при таких температуре, скорости деформации и исход-

ном размере зерна, при которых в эксперименте на одноосное растяжение достигается очень большое значение относительного удлинения при разрыве  $\delta$  (термин «очень большое» нечёткий, поэтому удобнее говорить о значениях названных параметров, отвечающих максимальной величине  $\delta$ ).

Из определений второй группы типичным и достаточно полным можно считать следующее [2]: «...три основных признака, сочетание которых характеризует состояние сверхпластичности:

1)Повышенная (по сравнению с пластическим состоянием) чувствительность напряжения течения...к изменению скорости деформации или, иными словами, повышенная склонность сверхпластичных материалов к скоростному упрочнению.

2)Чрезвычайно большой ресурс деформационной способности...

3)Напряжение течения... значительно меньше... предела текучести... в пластическом состоянии.

Наиболее существенным из перечисленных признаков состояния сверхпластичности является первый, а два других можно рассматривать как его следствие».

В приведённом списке основных признаков СП указаны только их качественные характеристики («повышенная чувствительность» и др.), но важно, что первый из них отмечен как наиболее существенный. Известен скорее эмпирический, чем физически строго обоснованный, количественный признак СП по значению параметра скоростной чувствительности, который для одноосного случая записывается в виде

$$m = \frac{\partial \log \sigma}{\partial \log \dot{\epsilon}} \quad (6)$$

(напряжение  $\sigma$  и скорость деформации  $\dot{\epsilon}$  – безразмерные), а для не одноосного случая в (6) надо заменить  $\sigma$  и  $\dot{\epsilon}$  соответственно на интенсивности  $\sigma_u$  и  $\nu_u$ ; этот признак формулируется как  $m \geq 0.3$ . Известны также исследования, в которых при разных предположениях выводятся содержащие параметр  $m$  условия устойчивости пластического течения материала (см., например, [3]). Принципиально важным является вопрос, может ли условие СП выражаться только через  $m$ .

В литературе по СП стандартные условия реализации сверхпластического состояния сводятся к трём известным ограничениям – на диапазон изменения температур, диапазон изменения скоростей деформаций и на размер зерна (для поликристаллического материала). Так выглядят и приведённые выше условия (5), если в них ограничения на  $\chi_i$  заменить одним:  $\chi_1 \equiv d \leq d^*$ . Отметим, что названные условия в подавляющем большинстве получены в опытах на одноосное растяжение, когда критерием оптимальных условий СП выступает максимальное значение  $\delta$  либо  $m$ . В любом случае для указания диапазонов изменения параметров в (5) необходимо введение приемлемых допусков на отклонение от максимального значения  $\delta$  или  $m$ . Проводя аналогию с теорией пластичности, можно сказать, что экспериментальное определение условий вида (5) является построением «начального» условия СП, обеспечивающего гарантированное протекание процесса СПД. При этом недостаточно исследованным остаётся вопрос о выборе

допусков, влияющих на ширину «вилки» для величин  $T, \nu_u, \chi_i$  в (5).

### 3. Заключение: актуальная задача экспериментальной сверхпластичности.

Совершенно неисследованной экспериментально является проблема построения (и даже существования) «последующих» условий СП, то-есть, условий, обеспечивающих возможность СПД после того, как совершен «выход» (по  $T$  или по  $\nu_u$ ) за границу «начального» условия СП или «вход» в неё. Исследование «околосверхпластического» поведения материалов (см., например, [5]), которое позволит грамотно сформулировать начально-краевую задачу СП и получать более адекватные решения практически важных задач, является важнейшей и актуальной проблемой экспериментальной механики сверхпластичности.

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-08-00961.*

### Литература

1. Смирнов О.М. Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1979, 184 с.
2. Чумаченко Е.Н., Смирнов О.М., Цепин М.А. Сверхпластичность: материалы, теория, технологии / Предисл. Г.Г.Малинецкого. М.: КомКнига, 2005, 320с.
3. Prasad Y.V.R.K., Seshacharyulu T. Processing maps for hot working of titanium alloys// Materials Science and Engineering A243 .1998. P. 82–88.
4. Васин Р.А., Кийко И.А. О постановке начально-краевой задачи сверхпластичности// Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика, 2004, № 1, С. 58-61.
5. Бхаттачария С.С., Быля О.И., Васин Р.А., Падманабхан К.А.. Механическое поведение титанового сплава Ti-6Al-4V с неподготовленной микроструктурой при скачкообразном изменении скорости деформирования в режиме сверхпластичности // Изв. РАН. МТТ. 2009г., № 6, с.168-177.