# Статистические свойства поверхностей контактной пары в простой модели безызносного трения

Зиновьев А.В.<sup>†</sup>, Мулюков Р.Р., Пшеничнюк А.И.

<sup>†</sup>zinoviev.alex.v@gmail.com

Институт проблем сверхпластичности металлов РАН, ул. Халтурина 39, 450001 Уфа

# Statistical properties of contact pair surfaces in a simple model of wearless friction

Zinovyev A.V., Mulyukov R.R., Pshenichnyuk A.I.

Institute for Metals Superplasticity Problems RAS, Khalturin St. 39, 450001 Ufa

studied.

Предложена модель эволюции прирабатывающихся поверхностей в процессе безызносного трения. Исследовано влияние её параметров на дисперсию распределения высот профиля в ходе приработки поверхностей.

Ключевые слова: безызносное трение, безызносность, контактная пара.

Keywords: wearless friction, no-wear, contact pair.

# 1. Введение

Исследование таких неравновесных процессов, как рост дендритов, электроосаждение, пробой диэлектрика, фильтрация жидкости в пористой среде, разрушение и многие другие сводится к описанию формирования и развития поверхности раздела между фазами. Несмотря на разную физическую природу перечисленных явлений, оказалось, что во многих случаях поверхности подчиняются универсальным закономерностям. Одной из наиболее интересных особенностей является нетривиальное скейлинговое поведение «динамической» ширины поверхности раздела [1].

$$\xi^{2}(L,t) = \left\langle \frac{1}{L} \sum_{i} \left( h_{i} - \overline{h} \right)^{2} \right\rangle \sim L^{\alpha} f\left( t/L^{z} \right)$$
<sup>(1)</sup>

Здесь L — длина одномерной поверхности,  $h_i$  — высота поверхности в *i*-ом узле,  $\overline{h}$  — средняя по длине высо-

та. Угловыми скобками обозначено статистическое усреднение. Для функции *f*(*x*) получены оценки

$$f(x) \sim \begin{cases} x^{\alpha/z}, & x \ll 1\\ const, & x \gg 1 \end{cases}$$
(2)

Показатели  $\alpha$  и *z* задают классы универсальности и являются аналогами критических индексов в теории фазовых переходов второго рода. Заметим, что величина, определяемая соотношением (1), является статистиче-

ским усреднением дисперсии функции распределения высот и является мерой шероховатости поверхности.

A model of "burning-in" surfaces evolution during wearless

friction is proposed. The effect of the model parameters

on the variance of the surface profile height distribution is

Насколько универсален результат (2), полученный, главным образом, при описании эволюции поверхностей, контролируемых диффузионными процессами? Например, принадлежит ли этому классу поверхность, формирующаяся в условиях трения?

Мы ограничимся изучением эволюции поверхностей контактной пары в условиях безызносного трения. В процессе безызносного трения износ материала «в среднем» нулевой [2]. Срыв материала в некоторой части поверхности сопровождается его осаждением на другом участке этой же поверхности. Возникает вопрос: как при заданной начальной шероховатости поверхности изменяется ее гладкость (дисперсия функции распределения высот) в процессе трения. Как этот процесс определяется параметрами безызносного трения?

#### 2. Описание модели

Представим профиль поверхности в виде цепочки из L последовательных узлов и расположенных в них элементов, характеризующихся высотой относительно нулевого уровня профиля  $h_i(i -$  номер узла). В таком случае акт переноса частицы материала из узла m в узел n в результате трения представляет собой одновременное уменьшение высоты элемента m и увеличение высоты элемента n.

Также необходимо учесть, что вероятность срыва и осаждения частицы в данную точку зависит от h: ча-



**Рис. 1.** Изменение логарифма дисперсии высот профиля в ходе приработки поверхности:(а) в зависимости от времени накопления начальной дисперсии  $t_{o'}(6)$  — от выбранного  $\alpha$ 

стицы чаще срываются с пиков, а оседают во впадинах профиля. В рассматриваемой модели был выбран следующий вид этой зависимости:

$$p_{1} = C_{1} \left( \frac{h_{i} - h_{\min}}{h_{\max} - h_{\min}} \right)^{\alpha} \quad p_{2} = C_{2} \left( \frac{h_{\max} - h_{i}}{h_{\max} - h_{\min}} \right)^{\alpha} \quad (3)$$

где  $h_{\min}$  и  $h_{\max}$  — соответственно минимальная и максимальная высота точек профиля в данный момент времени,  $p_1$  и  $p_2$  — плотность вероятности срыва (осаждения) частицы из узла (в узел) с номером *i*. Константы  $C_1$  и  $C_2$  обеспечивают нормировку распределений. Поскольку определение в ходе моделирования случайного узла, из которого удаляется частица (и узла, в который она помещается) осуществляется методом «попадания под зонтик» [3], то необходимости в оценке констант  $C_{1,2}$  не возникает.

Для проведения данного эксперимента были выбраны следующие параметры: L = 5000,  $\alpha$  изменялось от 1,0 до 2,0.

Так как все реальные поверхности имеют шероховатость, то перед началом численного эксперимента по данной модели необходимо задать соответствующий профиль поверхности. Для этого изначально был задан абсолютно гладкий профиль (все  $h_i = 0$ ). Затем в течение первых  $t_o$  шагов по времени производился случайный перенос частиц: не учитывалось влияние  $h_i$  на вероятность срыва и осаждения частицы. В зависимости от выбора  $t_o$  были получены начальные профили поверхности с различной дисперсией, линейно зависящей от  $t_o$ . После этого моделировался процесс приработки полученной поверхности на следующих t шагах по времени в соответствии с (3). Каждые 100 шагов по времени определялась дисперсия распределения высот профиля  $\sigma^2$ . Учитывая, что  $\sum_{i=1}^{L} h_i = 0$ , получили:

$$\sigma^{2} = \frac{1}{L} \left( \sum_{i=1}^{L} h_{i}^{2} - \left( \sum_{i=1}^{L} h_{i} \right)^{2} \right) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^{L} h_{i}^{2}$$
(4)

# 3. Результаты моделирования

В первой части исследования была выбрана линейная зависимость между высотой элемента и вероятностью его срыва (осаждения),  $\alpha = 1$  и определялось влияние

начальной дисперсии профиля на процесс прирабатывания поверхностей. Во второй части значение α варьировалось от 1,0 до 2,0 при условии заданной начальной дисперсии профиля.

Практически на всех графиках дисперсия на начальном участке убывает экспоненциально, затем выходит на стационарное значение (рис. 1а). Увеличение времени проведения эксперимента t до 10<sup>6</sup> шагов не показало снижения величины этого значения. Кроме этого на всех графиках присутствует плато при  $\ln \sigma^2 \approx 1,0$ .

Начальный профиль с низкой дисперсией, полученный при  $t_0$  =5000, при  $\alpha$ =1,0 на начальном участке продолжает набирать дисперсию и при наличии трения. Тем не менее, график дисперсии этой поверхности также имеет плато на той же высоте, что и остальные графики. Затем величина дисперсии этой поверхности принимает стационарное значение, характерное для  $\alpha$  =1,0. Этот факт весьма любопытен, т.к. при условии равенства начального и конечного значения дисперсии она не остается постоянной в ходе эксперимента.

Увеличение же величины а приводит к уменьшению стационарного значения дисперсии профиля, поверхность становится более гладкой (рис. 16). Также уменьшается время, необходимое для достижения стационарного значения дисперсии.

# 4. Заключение

В рамках предложенной модели безызносного трения установлено, что дисперсия профиля поверхности с течением времени достигает стационарного значения, которое не зависит от величины дисперсии начального профиля, а определяется только величиной α.

# Литература

- F. Family, T. Vicsek. Dynamics of Fractal Surfaces, World Scientific, Singapore, 1991.
- D.N. Garkunov. Triboengineering (wear and no-wear). Moscow, Moscow Agricultural Academy (2006) 616 p. (in Russian)
- I.G. Dyad'kin. Metody Monte-Karlo v fizike. Ufa, Bashkir State University (1973) 144 p. (in Russian).