УДК 534.63

Амплитудно-частотные характеристики акустического сигнала от модельной трещины

Шаймарданова И.О.[†], Пшеничнюк А.И.

[†]irinao.valiakhmetova@gmail.com

Институт проблем сверхпластичности металлов РАН, ул. Халтурина 39, 450001 Уфа

Amplitude-frequency spectrum of acoustic signal from the model crack

I.O. Shaymardanova, A.I. Pshenichnyuk

Institute for Metals Superplasticity Problems RAS, Khalturin St. 39, 450001 Ufa

В данной работе рассматривается возможный вариант развития трещины, при котором она становится заметной в амплитудно-частотной характеристике сигнала. На наш взгляд главным недостатком стандартной модели формирования трещины является предположении о ее мгновенной остановке. Предлагается искать трещину по ее характеристическому излучению, связанному с инерционными эффектами, проявляющимися в колебании берегов трещины при ее раскрытии.

Ключевые слова: акустический сигнал, функция Грина, звуковая волна, модельная трещина

In this paper we a variant of the crack propagation is considered when it can be visible in the amplitude-frequency spectrum of the signal. In our opinion, the main drawback of the standard model of crack formation is the assumption that it stops instantly. We propose to look for a crack by looking at its characteristic radiation associated with the inertia effects, manifested by the variation of the crack during its disclosure.

Key words: acoustic signal, Green function, sound wave, model crack

1. Введение

Возникновение в материале дефекта, будь то очаг землетрясения или раскрытие трещины, сопровождается генерацией волны смещений (акустической волны) с характерными частотами от сотни килогерц до нескольких мегагерц. Распространяющаяся упругая волна содержит информацию как о характеристиках возникшего дефекта, так и свойствах передающей волну среды. Методики, основанные на анализе этого сигнала, объединены общим названием – акустико-эмиссионные (АЭ) методы. В отличие от широко распространенных методов неразрушающего контроля, основанных на регистрации рассеянной имеющимися в материале дефектами ультразвуковой волны от калиброванного источника, АЭ методы основаны на интерпретации прямого сигнала от дефекта.

При анализе временной зависимости АЭ сигнала регистрируются время появления сигнала, его продолжительность и амплитуда, что позволяет при достаточном количестве датчиков определить место расположения дефекта, время его формирования и выделившуюся энергию. Модификации АЭ методов, основанные на анализе частотного спектра сигнала, базируются на предположении о том, что разные типы дефектов генерируют сигналы с разным частотным содержанием. Поскольку временная зависимость зарегистрированного сигнала определяется сверткой временных зависимостей интенсивности источника (полезного сигнала, характеризующего дефект) и функции Грина (определяющей распространение волны), то амплитудно-частотная характеристика является произведением их амплитудно-частотных характеристик. Строго говоря, это справедливо только в дипольном приближении; в общем случае это будет свертка по пространственным переменным. Даже для случая однородной среды спектральный состав функции Грина очень сложен и нетривиально зависит от расстояния до источника. Поскольку в данном случае функция Грина обеспечивает маскирующий эффект, то обнаружить на его фоне признаки собственно трещины можно было бы лишь в случае явно выраженных характеристических особенностей в ее спектре. Стандартный набор параметров, характеризующий трещину – это ее конечный размер и скорость роста, по порядку величины совпадающая со скоростью волны Рэлея. Кинематика развития трещины – это раскрытие с постоянной скоростью до конечного размера. Спектр такой трещины тривиален – это монотонно убывающая функция частоты и задача разделения трещин по типам становится проблематичной. Однако в недавней экспериментальной работе с использованием вейвлет-анализа удалось разделить по частотам трещины трех типов: трещины в покрытии, трещины отслоения покрытия и трещины в подложке [1]. В данной работе предлагается возможный вариант развития трещины, при котором она имеет явно выделенную характеристическую частоту и может быть обнаружена в полной амплитудно-частотной характеристике сигнала.

2. Спектральный состав функции Грина

При прохождении акустической волны поле смещений в точке среды с координатами $\overline{x}$ в момент времени t определяется выражение

$$u_i\left(\overline{x},t\right)=\int_0^t\iint_\Sigma m_{kl}\left(\overline{\xi},\tau\right)\frac{\partial G_i^k\left(\overline{x}-\overline{\xi},t-\tau\right)}{\partial\xi_l}\mathrm{d}\Sigma\mathrm{d}\tau=$$

$$-\int_0^t\iint_\Sigma\frac{\partial m_{kl}\left(\overline{\xi},t\right)}{\partial\xi_l}G_i^k\left(\overline{x}-\overline{\xi},t-\tau\right)\mathrm{d}\Sigma\mathrm{d}\tau,$$

где функция $m_{kl}\left(\overline{\xi},\tau\right)$ задает источник излучения, а функция Грина G_i^k описывает распространение звуковой волны, определяется уравнением

$$\rho\frac{\partial^2G_i^k}{\partial t^2}=\frac{\partial\sigma_{ij}^k}{\partial x_j}+\delta\left(\overline{x}-\overline{\xi}\right)\delta\left(t-\tau\right)\delta_i^k$$

и соответствующими краевыми условиями. Для однородной изотропной среды функция Грина задается выражением [2]

$$4\pi\rho G_{ik}=n_in_kA_L+\left(\delta_{ik}-n_in_k\right)A_T,$$

где $\overline{n}$ - единичный вектор, направленный из точки источника в точку наблюдения, а

$$A_L\left(r,t-\tau\right)=\frac{\delta\left(t-\tau-\dfrac{r}{C_L}\right)}{C_L^2}+2B\left(r,t-\tau\right),$$

$$A_T\left(r,t-\tau\right)=\frac{\delta\left(t-\tau-\dfrac{r}{C_T}\right)}{C_T^2}-B\left(r,t-\tau\right),$$

$$B\left(r,t-\tau\right)=\frac{t}{r^2}\left[H\left(t-\tau-\frac{r}{C_L}\right)-H\left(t-\tau-\frac{r}{C_T}\right)\right]$$

Здесь H - функция Хевисайда, $\delta(t)$-дельта-функция Дирака, $r=\left|\overline{x}-\overline{\xi}\right|$, C_L и C_T - скорости продольной и поперечной волн.

В случае полупространства функцию Грина можно построить из функции Грина однородной среды и условий отражения на границе полупространства [3, 4]. Если источник расположен в начале координат на расстоянии h от свободной поверхности, то в заданной точке мы будем наблюдать прямой сигнал, распространение которого описывается функцией Грина однородной среды. Если датчик установлен на поверхности, то этот вклад равен

$$u_{ik}^0=n_i^0n_k^0A_L+\left(\delta_{ik}-n_i^0n_k^0\right)A_T,$$

$$\overline{n^0}=\frac{1}{r}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3=h\end{pmatrix},$$

$$r^2=x_1^2+x_2^2+h^2.$$

Кроме прямого сигнала в точке наблюдения будут отраженные от границы полупространства волны, вклад которых определяется соотношением

$$u_{ik}^1=n_i^Ln_k^LS^{LL}A_L+\left(n_i^Hu_k^H+n_i^Vn_k^VS^{VV}\right)A_T,$$

$$\overline{n^L}=\frac{1}{r}\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\-h\end{pmatrix},\quad\overline{n^H}=\frac{1}{R}\begin{pmatrix}x_2\\-x_1\\0\end{pmatrix},\quad\overline{n^V}=\frac{1}{rR}\begin{pmatrix}-hx_1\\-hx_2\\R^2\end{pmatrix},$$

$$R^2=x_1^2+x_2^2\ .$$

Здесь $\overline{n^L},\overline{n^H},\overline{n^V}$ - единичные вектора, задающие поляризацию отраженных продольной, поперечной горизонтально поляризованной и поперечной вертикально поляризованной волн. Продольная и вертикально поляризованные волны отражаются с изменением амплитуды, что задается следующими коэффициентами

$$S^{LL}=\frac{4R^2h\sqrt{\chi^2r^2-R^2}-\left(\chi^2r^2-2R^2\right)^2}{4R^2h\sqrt{\chi^2r^2-R^2}+\left(\chi^2r^2-2R^2\right)^2},$$

$$\chi=\frac{C_L}{C_T}=\sqrt{1-\frac{1}{1-2\nu}}$$

$$S^{VV}=\begin{cases}\dfrac{4R^2h\sqrt{r^2-\chi^2R^2}-\chi\left(R^2-h^2\right)^2}{4R^2h\sqrt{r^2-\chi^2R^2}+\chi\left(R^2-h^2\right)^2}, & R<\sqrt{1-2\nu}h\\ -1, & R\geq\sqrt{1-2\nu}h.\end{cases}$$

Падающая на границу продольная волна отражается как продольная и как поперечная вертикально поляризованная, но уже не под углом падения, что меняет вектор, задающий ее поляризацию. Этот вклад в акустический сигнал равен

$$\overline{n^V}=\frac{1}{\chi rR}\begin{pmatrix}-\sqrt{\left(\chi^2-1\right)R^2+\chi^2h^2}x_1\\-\sqrt{\left(\chi^2-1\right)R^2+\chi^2h^2}x_2\\-R^2\end{pmatrix}$$

$$S^{LV} = -\frac{4\chi hR\left(\chi^2 r^2 - 2R^2\right)}{4R^2 h\sqrt{\chi^2 r^2 - R^2} + \left(\chi^2 r^2 - 2R^2\right)^2}.$$

И последнее – падение вертикально поляризованной поперечной и отражение ее как продольной:

$$u_{ik}^3 = n_i^L n_k^L S^{VL} A_T,$$

$$\overline{n^L} = \frac{\chi}{r}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \sqrt{\frac{r^2}{\chi^2} - R^2} \end{pmatrix}, \ \ if\ R < \frac{h}{\sqrt{\chi^2 - 1}}$$

$$\overline{n^L} = \frac{1}{R}\begin{pmatrix} x_1 \\ -x_2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad if\ R \geq \frac{h}{\sqrt{\chi^2 - 1}}$$

$$S^{VL} = \begin{cases} \dfrac{4Rh(h^2 - R^2)}{\chi\left(h^2 - R^2\right) + 4hR^2\sqrt{r^2 - \chi^2 R^2}}, & R < \dfrac{h}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \\ \dfrac{4\sqrt{\chi^2 - 1}}{\chi(r - \chi^2)}, & R \geq \dfrac{h}{\sqrt{\chi^2 - 1}} \end{cases}.$$

Поскольку в этом случае при угле падения приближающемся к прямому, отраженная волна распространяется вдоль свободной поверхности, возникает представление о точке наблюдения в ближней и дальней зоне: меняется как выражение для вектора поляризации, так и коэффициент, задающий изменение амплитуды рассеянной волны. Размер ближней зоны определяется глубиной залегания источника под поверхностью и отношением скоростей волн.

Полный сигнал в точке наблюдения будет равен $u_{ik} = u_{ik}^0 + u_{ik}^1 + u_{ik}^2 + u_{ik}^3$. Поскольку в этом выражении от времени зависят только величины A_L и A_T, то спектральный состав u_{ik} будет определяться их Фурье преобразованием:

$$\tilde{A}_L = \frac{e^{\frac{i\omega r}{c_L}}}{rc_L^2} + \frac{2}{r}\left[\frac{e^{\frac{i\omega r}{c_T}} - e^{\frac{i\omega r}{c_L}}}{\omega^2 r^2} - \frac{i}{\omega r}\left(\frac{e^{\frac{i\omega r}{c_T}}}{c_T} - \frac{e^{\frac{i\omega r}{c_L}}}{c_L}\right)\right],$$

$$\tilde{A}_T = \frac{e^{\frac{i\omega r}{c_T}}}{rc_T^2} - \frac{1}{r}\left[\frac{e^{\frac{i\omega r}{c_T}} - e^{\frac{i\omega r}{c_L}}}{\omega^2 r^2} - \frac{i}{\omega r}\left(\frac{e^{\frac{i\omega r}{c_T}}}{c_T} - \frac{e^{\frac{i\omega r}{c_L}}}{c_L}\right)\right].$$

Примеры спектрального состава компоненты u_{33} для ближней и дальней зоны приведены на рисунке 1 и иллюстрируют значимость маскирующего эффекта.

Полная амплитудно-частотная характеристика будет произведением зависимостей приведенных на рисунке 1 и амплитудно-частотной характеристики источника.

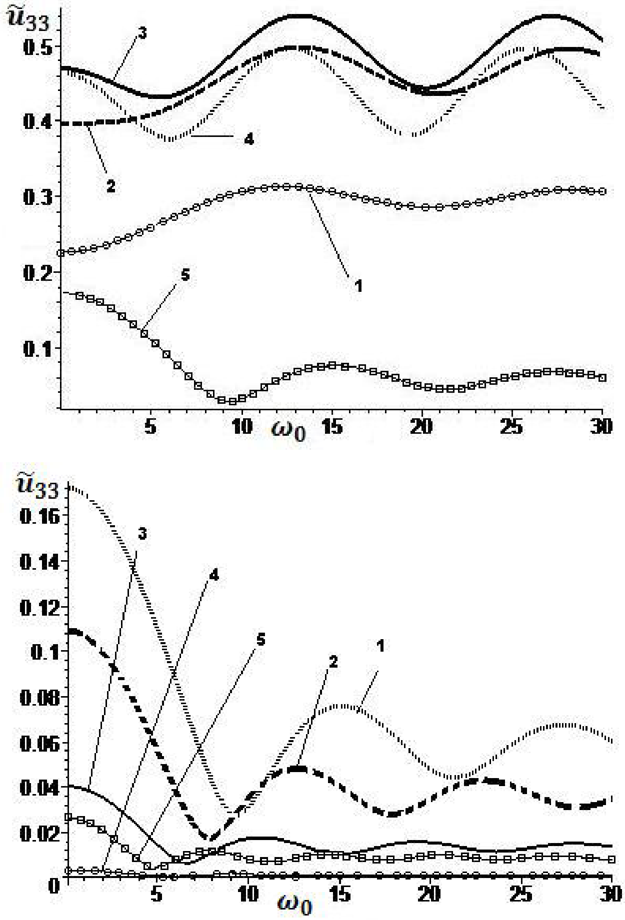

Рис. 1. $\tilde{u}_{33}$, ν=1/3, сверху – ближняя зона, номера кривых – расстояние до источника: 1=1/5, 2=2/5, 3=3/5, 4=4/5, 5=4.75/5 (доли от размера ближней зоны); снизу – дальняя зона, номера кривых – расстояние до источника: 1, 2.5, 3, 3.5, 4 (кратные размеру ближней зоны).

3. Динамика формирования трещины и ее амплитудно-частотная характеристика

Функция, задающая источник, определяется выражением [5]

$$m_{kl} = C_{kljm}\Delta u_j\left(\xi,\tau\right)n_m = \lambda\delta_{kl}\left(\Delta u_j n_j\right) + \mu\left(\Delta u_k n_l + \Delta u_l n_k\right), j,k,l,m = \overline{1,3}$$

Здесь λ и μ - упругие константы, n_k - единичная нормаль к плоскости трещины. Компоненты Δu_j определяют динамику раскрытия трещины и для дискообразной трещины могут быть заданы выражением [3]

$$\Delta u_j = F_j\sqrt{a^2\left(\tau\right) - r_c^2}\,H\left(a - r_c\right), \ \ r_c = r_c\left(\overline{\xi}\right),$$

где $a(\tau)$ текущий радиус круговой трещины, r_c - произвольная точка в области трещины, параметризованная координатами ξ, компоненты F - обезразмеренные напряжения, задающие моды раскрытия трещины:

$$\overline{F} = \frac{1}{7\pi\mu}\begin{pmatrix} 24\tau_1 \\ 4\left(1-\nu\right)\tau_2 \\ 24\tau_3 \end{pmatrix}$$

Подставляя все в тензор источника, получаем

$$m_{kl} = m_{kl}^0 \sqrt{a^2(\tau) - r_c^2}\, H(a - r_c),$$

где $m_{kl}^0 = \lambda \delta_{kl}\left(F_j n_j\right) + \mu\left(F_k n_l + F_l n_k\right)$ - постоянный тензор независящий ни от времени, ни от расстояния и определяющий ориентацию плоскости трещины относительно свободной поверхности и напряжений F_j.

Если плоскость трещины параллельна свободной поверхности, то

$$n_i = \delta_{i3}\ , \quad r_c = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2}$$

и выражение для поля принимает вид

$$u_i\left(\bar{x}, t\right) = m_{kl}^0 \int_0^t \int_{\xi_1^2 + \xi_1^2 < a^2(\tau)} \frac{\xi_l}{\sqrt{a^2(\tau) - \left(\xi_1^2 + \xi_1^2\right)}}$$

$$G_{ik}\left(\bar{x} - \bar{\xi}, t - \tau\right) \mathrm{d}\xi_1 \mathrm{d}\xi_2 \mathrm{d}\tau$$

Если точка наблюдения расположена достаточно далеко от источника, то при интегрировании по координатам источника (которые изменяются в пределах трещины) можно ограничиться младшими членами разложения функции Грина по координатам ξ:

$$G_{ik}\left(\bar{x} - \bar{\xi}, t - \tau\right) = G_{ik}\left(\bar{x}, t - \tau\right) - \frac{\partial G_{ik}\left(\bar{x}, t - \tau\right)}{\partial x_j} \xi_j +$$

$$\frac{1}{2!} \frac{\partial^2 G_{ik}\left(\bar{x}, t - \tau\right)}{\partial x_j \partial x_m} \xi_j \xi_m - \ldots$$

В низшем неисчезающем приближении (так называемое дипольное приближение) получаем

$$u_i\left(\bar{x}, t\right) \cong -m_{kl}^0 \int_0^t \int_{\xi_1^2 + \xi_1^2 < a^2(\tau)} \frac{\xi_l \xi_j \mathrm{d}\xi_1 \mathrm{d}\xi_2}{\sqrt{a^2(\tau) - \left(\xi_1^2 + \xi_1^2\right)}}$$

$$\frac{\partial G_{ik}\left(\bar{x}, t - \tau\right)}{\partial x_j} \mathrm{d}\tau$$

Вычисляя интеграл,

$$\int_{\xi_1^2 + \xi_1^2 < a^2(\tau)} \frac{\xi_l \xi_j \mathrm{d}\xi_1 \mathrm{d}\xi_2}{\sqrt{a^2(\tau) - \left(\xi_1^2 + \xi_1^2\right)}} = \frac{2\pi}{3} a^3(\tau) \delta_{ij}$$

получаем

$$u_i\left(\bar{x}, t\right) = -\frac{2\pi}{3} m_{kl}^0 \int_0^t a^3(\tau) \frac{\partial G_{ik}\left(\bar{x}, t - \tau\right)}{\partial x_l} \mathrm{d}\tau$$

и, сделав преобразование Фурье, приходим к окончательному выражению

$$\tilde{u}_i\left(\bar{x}, \omega\right) = -\frac{2\pi}{3} m_{kl}^0 S(\omega) \frac{\partial \tilde{G}_{ik}\left(\bar{x}, \omega\right)}{\partial x_l} \qquad (1)$$

Рассмотрим стандартную модель трещины: рост с постоянной скоростью v и мгновенная остановка при достижении радиуса a_0. В этом случае $a(\tau) = v\tau H\left(a_0 - v\tau\right)$, и спектр вычисляется явно:

$$S(\omega) = v^3 \int_0^{a_0/v} \tau^3 e^{i\omega\tau} d\tau = \frac{a_0^4}{v\omega_0^2} \begin{bmatrix} 6\dfrac{e^{i\omega_0} - 1}{\omega_0^2} + \\ 3e^{i\omega_0} + ie^{i\omega_0}\left(3 + \dfrac{6}{\omega_0}\right) \end{bmatrix},$$

$$\omega_0 = \frac{a_0 \omega}{v}$$

Модуль спектра в обезразмеренных координатах приведен на рисунке 2. При малых ω_0 он аппроксимируется выражением $\left(1 - \omega_0^2 / 75\right)/4$ и убывает при высоких частотах как ω_0^{-1}.

Спектр не содержит никаких характеристических признаков, и искать его на маскирующем фоне $G_{ik}\left(\bar{x}, \omega\right)$ чрезвычайно затруднительно. С другой стороны есть экспериментальные результаты работы [1], в которой выделены три вейвлетных уровня, соответствующих трем типам трещин. Строго говоря, рассмотренные в работе [1] трещины возникают в разных средах: однородное покрытие, межфазная граница, однородная подложка с отличающимися упругими характеристиками. Но если кинетика раскрытия трещины задается выражением (1) и характеризуется лишь скоростью роста и размером, то изменение этих параметров в зависимости от свойств среды по-прежнему не приведет к появлению в спектре заметных признаков даже этих изменившихся параметров среды.

Главный недостаток стандартной модели формирования трещины состоит в предположении о ее мгновенной остановке. Известно, что динамический коэффициент интенсивности напряжений при развитии трещины при временах порядка a_0/C_T перескакивает через стационарное значение и возвращается к нему с явными признаками колебательного режима [6]. В то же время известно, что для материалов с большим отношением χ можно ввести представления о собственных колебаниях сферической полости в материале [7]:

$$\omega_V = \frac{2c_T}{a_0}\left(1 + \frac{i}{\chi}\right).$$

Вещественная часть этого выражения задает частоту, а мнимая определяет характерное время, в течение которого колебания затухают за счет генерации продольной акустической волны. При малых χ колебательный режим может и не наблюдаться из-за сильного поглощения. Конечно, полость, возникшая при образовании трещины в материале, сильно отличается от сферической и может характеризоваться не единственной собственной частотой, а некоторым набором. Для предварительных оценок

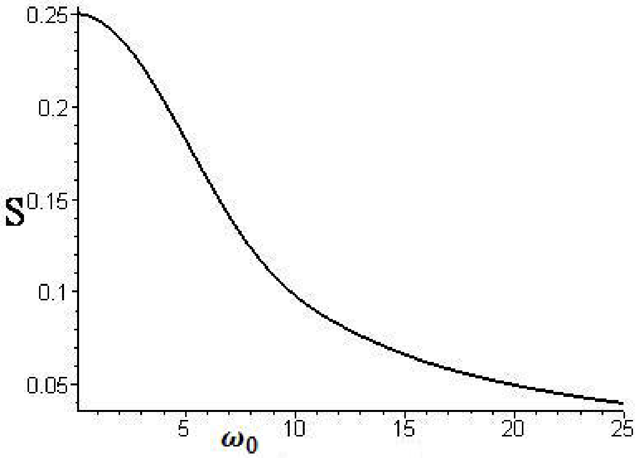

Рис. 2. Модуль спектра трещины с постоянной скоростью раскрытия и мгновенной остановкой при достижении радиуса a_0

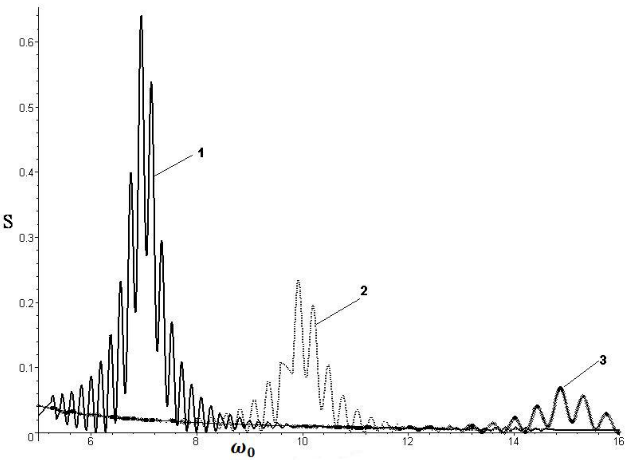

Рис. 3. χ =100. Здесь кривая 1 соответствует собственной частоте (обезразмеренной как ω_0) равной 5, кривая 2 – 10, кривая 3 – 15

мы вполне можем воспользоваться сформулированным представлением и принять следующее выражение для зависимости радиуса трещины от времени

$$a(\tau)=a_0\left(1+\hat{I}\,e^{-\frac{\omega_S\tau}{\chi}}\sin\omega_S\tau\right)\left(1-e^{-\frac{v\tau}{a_0}}\right),\ \omega_S=\frac{2c_T}{a_0}$$

Соответствующий модуль спектра приведен на рисунке 3.

Т.е. такая высокочастотная модуляция стандартного сигнала от трещины будет представлена в амплитудно-частотной характеристике ярко выраженным пиком на собственной частоте трещины

При увеличении затухания пики расплываются и могут быть потеряны. Заметим, что предложенная картина развития трещины, так сильно сказывающаяся на амплитудно-частотной характеристике сигнала, практически будет незаметна на временной зависимости: по-прежнему сначала придет фронт продольной волны от всех элементов трещины, затем поперечные и, в зависимости от геометрии, набор отраженных сигналов, на фоне которых временная динамика перестает быть интерпретируемой.

4. Заключение

Предложенные изменения в представлениях о динамике развития трещины позволяют надеяться на работоспособность методики идентификации трещин по амплитудно-частотной характеристике зарегистрированного сигнала. При анализе реального сигнала необходимо учитывать поглощение распространяющейся волны, поскольку на таких высоких частотах поглощение и в дальней зоне спектральный состав сигнала может сильно измениться. В этом случае останется возможность работы в ближней зоне (что предполагает предварительную локацию дефекта), но возникает вопрос о применимости дипольного приближения (вблизи от источника могут потребоваться и высшие мультипольные моменты). Наконец, в качестве более реальных характеристических частот следует использовать хотя бы набор собственных частот эллипсоидальной несплошности с большим эксцентриситетом. При этом возникает зависимость спектра и от ориентации трещины относительно приемника, что с одной стороны усложняет картину, и создает дополнительные трудности в интерпретации, но с другой создает возможности для более полного анализа дефекта.

Литература

1. L. Yang, Y.C. Zhou, W.G. Mao, C. Lu, Real-time acoustic emission testing based on wavelet transform for the failure process of thermal barrier coatings, Applied physics letters **93**, 231906(2008)
2. J.D.Achenbach, Wave propagation in elastic solids, North-Holland Publishing Company. (1973)
3. C.-K.Fang. Journal of Nondestructive Evaluation, **16** (4), 175 (1997).
4. A.N.Ceranoglu, Ph.D. thesis Acoustic emission propagation of elastic pulses in a plate, (1979)
5. P.B.Bogert, PhD thesis Transient waves from emission sources in isotropic plates using a higher order extensional and bending theory. Raleigh, North Carolina, 145 (2010)
6. Ch.Zhang, D.Gross. Computational mechanics publications South Hampton, UK, Boston, USA, (1998)
7. L.D. Landau, E.M. Livshic, Theory of elasticity, Moscow «Nauka», (1987). (in Russian) [Л.Д.Ландау, Е.М.Лившиц, Теория упругости, Москва «Наука», (1987)