

Методика расчета значений реологических параметров для сверхпластичных материалов

Самойлова А.Ю.^{1,†}, Ганиева В.Р.¹, Еникеев Ф.У.¹, Круглов А.А.^{2,‡}

[†]Alina20081963@yandex.ru, [‡]alweld@go.ru

¹ Уфимский государственный нефтяной технический университет, ул. Космонавтов, 1, 450062, г.Уфа

² Институт проблем сверхпластичности металлов РАН, ул. Халтурина, 39, 450001, г.Уфа

Analysis of rheological parameters for superplastic materials

A.Yu. Samoilova¹, V.R. Ganieva¹, F.U. Enikeev¹, A.A. Kruglov²

¹ Ufa State University of Oil & Petroleum, Kosmonavtov, 1, 450062, Ufa

² Institute for Metals Superplasticity Problems, Khalturina St, 39, 450001, Ufa

Предлагается методика расчета значений реологических параметров σ_0 , K' , m' в модели материала $\sigma = \sigma_0 + K' \xi^{m'}$ по известным результатам измерений напряжения течения σ от скорости деформации ξ . Методика основана на использовании стандартного метода наименьших квадратов в сочетании с численным методом золотого сечения. Предлагаемая процедура обработки результатов измерений позволяет получать однозначное решение задачи идентификации для заданного набора входных данных. Методика применена для сверхпластичных сплавов Al-12Si, Al-33Cu, Al-33Cu-0.4Zr и промышленного алюминиевого сплава марки SUPRAL. Полученные в итоге значения реологических параметров могут быть использованы при проведении практических расчетов.

Ключевые слова: Сверхпластичность, реологические параметры, идентификация

We propose a method of calculation of rheological parameters σ_0 , K' , m' entering the constitutive relation of the form $\sigma = \sigma_0 + K' \xi^{m'}$ from the experimentally found dependence of shear stress σ on strain rate ξ . The method is based on the standard least square method and the method of golden section. The method ensures a unique solution for the rheological parameters from a given set of experimental data. The method is applied to the Al-12Si, Al-33Cu and Al-33Cu-0.4Zr superplastic alloys and to the SUPRAL aluminum alloy. The calculated rheological parameters can be used for solving practical problems.

Keywords: Superplasticity, rheological parameters, identification

1. Введение

Сверхпластичность (СП) – способность микрокристаллических материалов при определенных температурно-скоростных условиях деформирования испытывать аномально большие по сравнению с обычными условиями пластические деформации [1]. Обработка материалов в условиях СП позволяет повысить предел текучести σ_t и удлинение до разрыва δ , уменьшить анизотропию механических свойств в 1,2-1,25 раза и повысить усталостную прочность [2].

Основной особенностью реологического поведения материалов, находящихся в состоянии СП, принято считать повышенную по сравнению с обычными условиями чувствительность напряжения течения σ к скорости деформации ξ , которую принято количественно характеризовать величи-

ной параметра скоростной чувствительности m , входящего в стандартное степенное соотношение СП

$$\sigma = K \xi^m, \quad (1)$$

где K – параметр материала, зависящий от среднего размера зерен и других структурных характеристик [3]. Несмотря на большое значение, которое придается параметру m , в литературе по СП не предложено единой общепризнанной методики его экспериментального определения [4]. В то же время, значение этого параметра принято указывать практически в каждой публикации по СП; границы СП принято определять, исходя из эмпирического критерия $m > 0,3$.

В настоящее время является практически общепризнанным, что величина параметра m зависит от скорости деформации, поэтому модель материала (1) применяется на практике только в очень узком интервале изменения скоростей деформации, как правило, не более 1,2 поряд-

ков. В более широком интервале зависимость напряжения от скорости деформации не описывается выражением (1) и имеет характерный сигмоидальный вид (рис. 1). При этом зависимость наклона сигмоидальной кривой $M = \partial \ln \sigma / \partial \ln \xi$ имеет характерный куполообразный вид (рис. 2). В литературе не всегда проводится четкое различие между параметрами m и M [4–6], однако общий вид кривых, показанных на рис. 1, 2, не подвергается сомнению и используется на практике при аттестации реологических свойств сверхпластичных материалов.

К настоящему времени в литературе по СП предложено множество разнообразных физических моделей СП, обзор которых можно найти, например, в [3, 5]. Многие из этих моделей включают в себя дополнительный реологический параметр σ_0 . Он вводится в соотношение (1) следующим образом:

$$\sigma = \sigma_0 + K' \xi^{m'}, \quad (2)$$

Определение значений реологических параметров СП K , m в модели материала (1) и σ_0 , K' , m' в модели материала (2) представляет собой актуальную научно-практическую задачу. В настоящее время не существует справочников, в которых приводились бы эти сведения даже для самых распространенных промышленных сплавов на основе титана, алюминия, железа, никеля и др., которые широко используются в процессах обработки металлов давлением в состоянии СП [7]. Более того, в литературе не предложено общепринятых методик экспериментального определения не только величины параметра m , но также и величины реологического параметра σ_0 . В то же время, как отмечено в работе [4], вопрос о том, обладает или нет материал реологическим параметром σ_0 , имеет принципиальное значение. С точки зрения механики существование отличного от нуля реологического параметра σ_0 является принципиальным отличием твердого тела от жидкости: если $\sigma_0 \neq 0$, для решения задачи необходимо использовать методы механики деформируемого твердого тела, если же $\sigma_0 = 0$, – задача должна решаться методами механики жидкости. Поэтому определение величины реологического параметра σ_0 представляет собой не только чисто материаловедческую проблему, но представляет большой практический интерес и для механики обработки металлов давлением.

Целью настоящей работы является разработка методики определения значений реологических параметров σ_0 , K' , m' в модели материала (2), практическое применение которой позволило бы однозначным образом определить их по заданному входному набору данных

$$\{\sigma_i, \xi_i\}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

где σ_i – напряжение течения, соответствующее скорости деформации ξ_i , N – количество заданных точек.

2. Методы определения реологического параметра σ_0

Бартон [8] предложил определять величину реологического параметра σ_0 путем экстраполяции сигмоидальной кривой СП, показанной на рис.1, в область малых значений ξ , т.е. при $\xi \rightarrow 0$. В результате он нашел, что для сплава олово-свинец эвтектического состава со сред-

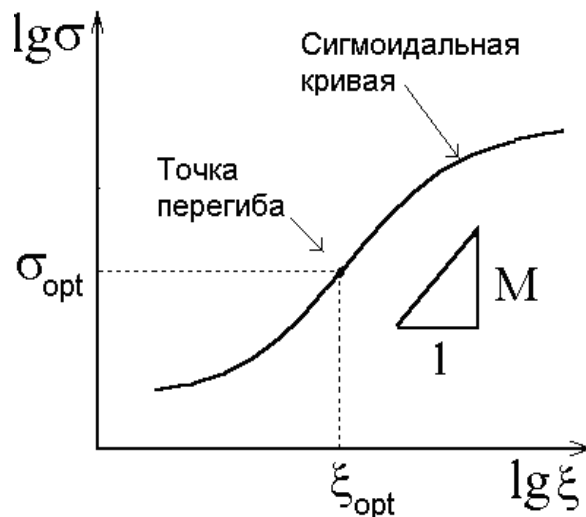


Рис. 1. Сигмоидальная кривая СП (схематически).

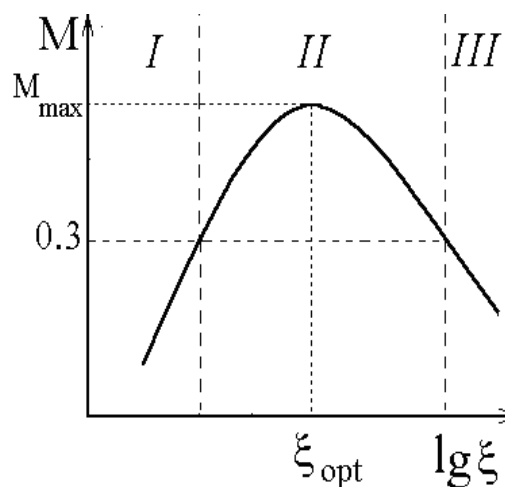


Рис. 2. Зависимость наклона сигмоидальной кривой $M = \partial \ln \sigma / \partial \ln \xi$ от скорости деформации ξ (схематически): I, II, III – стадии сверхпластичности

ним размером зерен 6 мкм величина реологического параметра равна $\sigma_0 = 0,18$ МПа. Метод Бартона достаточно прост и очевиден, однако он основан на графической обработке экспериментальной кривой. Поэтому для его осуществления необходимо иметь большое количество надежных экспериментальных данных, полученных в испытаниях с малыми скоростями деформирования. Проведение такого рода испытаний связано с большими затратами времени.

В 1976 г. Геккини и Баррет провели прямые исследования структуры сверхпластичной эвтектики Pb–Sn, которые подвергались одноосному нагружению непосредственно в колонне электронного микроскопа [9]. Для этого им пришлось сконструировать специальное приспособление оригинальной конструкции. Они приняли, что скорость активной траверсы v равна

$$v = \frac{dL}{dt} + \frac{1}{c} \times \frac{dP}{dt}, \quad (4)$$

где P – усилие растяжения, $1/\chi$ – податливость машины, L – текущая длина образца. При испытании на релаксацию $v = 0$ и из (4) следует, что

$$\xi = \frac{1}{L} \frac{dL}{dt} = -\frac{\dot{P}}{\chi L} \quad (5)$$

Таблица 1

Значения реологических параметров сплава Al-12Si [27]							
T	N	ξ_{\min}	ξ_{\max}	σ_0	m'	K'	σ_0 [24]
K		c^{-1}	c^{-1}	МПа	-	МПа $\times c^{m''}$	МПа
831	12	$6,8 \times 10^{-6}$	$1,1 \times 10^{-4}$	0,262	0,885	2466	0.260
811	14	$5,1 \times 10^{-6}$	$1,4 \times 10^{-4}$	0,312	0,753	886	0.311
791	14	$4,5 \times 10^{-6}$	$1,1 \times 10^{-4}$	0,373	0,677	574	0.375
763	15	$4,2 \times 10^{-6}$	$1,0 \times 10^{-4}$	0,639	0,633	538	0.636

Таблица 2

Значения реологических параметров сплава Al-33Cu [28]							
T	N	ξ_{\min}	ξ_{\max}	σ_0	m'	K'	σ_0 [24]
K		c^{-1}	c^{-1}	МПа	-	МПа $\times c^{m''}$	МПа
793	25	$6,9 \times 10^{-5}$	$2,5 \times 10^{-3}$	0,065	0,733	47,09	0.064
753	22	$3,5 \times 10^{-5}$	$7,7 \times 10^{-3}$	0,206	0,575	39,65	0.201
713	17	$3,2 \times 10^{-5}$	$7,6 \times 10^{-3}$	0,211	0,589	111,5	0.212
633	10	$1,3 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-4}$	0,746	0,582	662,2	0.739

Таблица 3

Значения реологических параметров сплава Al-33Cu-0.4Zr [30]							
T	N	ξ_{\min}	ξ_{\max}	σ_0	m'	K'	σ_0 [24]
K		c^{-1}	c^{-1}	МПа	-	МПа $\times c^{m''}$	МПа
793	23	$2,0 \times 10^{-5}$	$3,0 \times 10^{-4}$	0,367	0,839	2575	0.369
753	22	$7,3 \times 10^{-6}$	$1,1 \times 10^{-4}$	0,622	0,847	7899	0.627
713	11	$7,9 \times 10^{-6}$	$6,1 \times 10^{-5}$	1,312	0,751	6481	1.308

Таблица 4

Значения реологических параметров сплава Supral [29]							
T	N	ξ_{\min}	ξ_{\max}	σ_0	m'	K'	σ_0 [24]
K		c^{-1}	c^{-1}	МПа	-	МПа $\times c^{m''}$	МПа
763	20	$3,5 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-3}$	0,760	0,635	487,2	0.741
743	20	$2,1 \times 10^{-5}$	$6,7 \times 10^{-4}$	1,071	0,628	593,3	1.078
723	15	$5,0 \times 10^{-5}$	$7,6 \times 10^{-4}$	1,232	0,584	501,8	1.207

Отсюда авторами работы [9] сделан вывод о том, что скорость деформации прямо пропорциональна скорости разгрузки dP/dt . Величину податливости s можно оценить из начального участка зависимостей P от удлинения, длину образца L в расчетах принимали равной ее значению в момент снятия нагрузки (остановки активной траверсы). В результате было получено, что $s=1,13 \times 10^6$ Н/м. Результаты измерений кривых релаксации представлены в работе [9] в координатах $s - dP/dt$ (детали вычислений производной dP/dt в [9] не приводятся). В результате были получены типичные сигмоидальные кривые СП, которые имели общий левый предел $s_0=1,3$ МПа для всех полученных кривых (средний размер зерен в исследованных сплавах был от 3 до 10 мкм).

Сравнивая результаты, полученные Бартоном [8] ($\sigma_0=0,18$ МПа) и Геккини и Барретом [9] ($\sigma_0=1,3$ МПа) для одного и того же материала (сплав олово-свинец эвтектического состава с примерно одинаковым средним размером зерен), можно сделать вывод о том, что они расходятся более чем на порядок. Причины такого расхождения остаются неясными.

Теоретически можно определить величину реологического параметра σ_0 из кривых релаксации путем экс-

траполяции измеренной кривой в область $t \rightarrow \infty$. Однако на практике обычно не удается обеспечить высокую точность измерений на пределе чувствительности регистрирующей аппаратуры, установленной на стандартных испытательных машинах фирм Instron и Schenc Trebel. Кроме того, как справедливо отмечено авторами работы [10], сверхпластичные материалы чрезвычайно чувствительны к малейшим изменениям температуры, что вызывает необходимость принятия экстраординарных мер по обеспечению изотермических условий проведения механических испытаний. К тому же при необходимости проведения микроструктурных исследований в образцах, подвергнутых высокотемпературным испытаниям, их необходимо закалять сразу после окончания активного нагружения, что исключает возможность регистрации кривых релаксации.

С другой стороны, значения материальных постоянных, в частности, величина реологического параметра σ_0 , определенная по результатам испытаний на релаксацию, не обязательно должна совпадать с величиной этого же параметра, определенной из испытаний с активным нагружением, например, испытаний на растяжение при постоянной скорости движения активной траверсы $v=const$. В частности, авторами работы [11] получены

различные значения σ_0 из испытаний с пассивным и активным нагружением. Авторы работы [12] придерживаются того мнения, что результаты испытаний на релаксацию нагрузки неприменимы для случая, когда имеет место активное нагружение, и по этой причине не могут быть использованы, например, при моделировании процессов сверхпластической формовки.

Мохаммед [13] предложил две различные процедуры определения величины реологического параметра σ_0 для модели материала, которая может быть описана выражением следующего вида

$$\frac{\dot{\epsilon}kT}{DEb} = A' \left(\frac{b}{d} \right)^c \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{E} \right)^{n'}, \quad (6)$$

где A' , D , E , b , c , d – постоянные материала.

В соответствии с Процедурой 1 из [13] в логарифмических координатах строится график $\xi kT/D_{gb}Eb - \sigma/E$, причем значения коэффициента зернограницной диффузии D_{gb} и модуля Юнга E принимаются по литературным данным. Величина реологического параметра σ_0 определяется как разница между линейными экстраполяциями этой зависимости для стадий I и II СП течения (см. рис. 1). В соответствии с Процедурой 2 входной набор (3) строится в координатах $\sigma - \xi^{m'}$, причем величина параметра $m' = 1/n'$ определяется как наклон сигмоидальной кривой для оптимального режима СП (стадия II на рис. 2).

Процедура 2 позже получила общее признание и использовалась на практике многими исследователями – см., например, [14–22]. Однако позже автором работы [23] было показано, что методика Мохаммеда математически некорректна, поскольку в основе ее лежит ошибочное утверждение о том, что величина параметра m' равна наклону сигмоидальной кривой СП $M = \partial \ln \sigma / \partial \ln \xi$. На самом деле параметры m' и наклон сигмоидальной кривой связаны соотношением вида $m' = \sigma M / (\sigma - \sigma_0)$ [23]. Отсюда следует, что Процедура 2, предложенная в работе [13] и позже воспроизведенная многими другими исследователями в принципе не позволяет получить достоверные оценки величины реологического параметра σ_0 , поскольку она основана на принятии неверной гипотезы $m' = M$.

3. Методика идентификации

В работе [24] предложены методики определения реологических параметров σ_0 , K' , m' в модели материала (2) по входному набору (3), основанные на использовании полуобратного подхода

к решению рассматриваемой задачи идентификации. Недавно авторами работы [25] предложена идея подхода к решению аналогичных задач, которая может быть применена и для определения постоянных σ_0 , K' , m' в соотношении (2). Ниже излагается модификация методики идентификации, предложенная в работе [24], основанная на введении процедуры скалярной оптимизации по неизвестному реологическому параметру m' с целью повышения точности расчета значений реологического параметра σ_0 . Введем в рассмотрение следующую целевую функцию

$$\Phi(\sigma_0, K', m') = \sum_{i=1}^N \{ \sigma_0 + K' \xi_i^{m'} - \sigma_i \}^2 \rightarrow \min, \quad (7)$$

где σ_0 , K , m – неизвестные, которые необходимо определить по заданному входному набору (3).

Предположим, что величина постоянной m' известна. Тогда целевая функция $\Phi(\sigma_0, K', m')$ становится функцией двух переменных, σ_0 и K' ; обозначим ее $F(\sigma_0, K')$. Из необходимых условий

$$\text{минимума} \quad \partial F(\sigma_0, K') / \partial \sigma_0 = 0, \quad \partial F(\sigma_0, K') / \partial K' = 0$$

следует следующая система уравнений:

$$\sigma_0 N + K' \sum_{i=1}^N \xi_i^{m'} = \sum_{i=1}^N \sigma_i \quad (8a)$$

$$\sigma_0 \sum_{i=1}^N \xi_i^{m'} + K' \sum_{i=1}^N \xi_i^{2m'} = \sum_{i=1}^N \sigma_i \xi_i^{m'}. \quad (8b)$$

Легко видеть, что система (8) представляет собой линейную систему уравнений относительно двух неизвестных, σ_0 и K' , которая может быть решена стандартными методами, например, по формулам Крамера. В результате получим набор реологических постоянных m' , $\sigma_0(m')$, $K'(m')$, подставляя который в выражение (7), вычислим соответствующее значение целевой функции $F_{\min} = F(\sigma_0(m'), K'(m'), m')$. Если теперь построить фун-

кцию $F_{\min}(m')$, то можно убедиться в том, что она имеет локальный минимум на отрезке $[0,1]$. На этом этапе, в отличие от процедуры, использованной в работе [24], введем в программу процедуру безусловной скалярной оптимизации применительно к функции $F_{\min}(m')$, в результате чего получим программное средство, реализующее процедуру минимизации целевой функции $\Phi(\sigma_0, K', m')$. В настоящей работе в качестве такой про-

цедуры использовался метод золотого сечения [26].

4. Апробация методики

Прежде чем проводить практическую апробацию методики идентификации, необходимо протестировать ее работу на примере некоторого виртуального материала. С этой целью зададим конкретные значения материальных постоянных σ_0 , K , m из области разумных, и генерируется тестовый набор входных данных (3). После этого необходимо “забыть” о том, что значения материальных постоянных известны и применить разработанное программное средство для их расчета. Сравнивая результат идентификации с использованным при генерации тестового набора реологических постоянных, можно сделать вывод, как о точности используемых вычислительных процедур, так и об отсутствии ошибок в разработанном программном средстве.

Для практической апробации предложенных выше методик экспериментального определения реологических параметров СП σ_0 , K , m , входящих в модель материала (2), используем литературные данные [27–30]. Результаты расчетов приведены в Табл. 1–4, где для сравнения в последней колонке приведены результаты идентификации величины реологического параметра σ_0 из работы [24]. Как следует из результатов расчетов, значения реологического параметра σ_0 , определенные по методике, предлагаемой в настоящей работе, оказались близки к тем, которые были определены в работе [24]. В отличие от процедуры, использованной автором работы [24], предлагаемый подход позволяет получать решение задачи идентификации с заданной наперед точностью, которую обеспечивает применение метода золотого сечения для численной реализации процедуры одномерной минимизации по величине варьируемого в расчетах реологического параметра m' .

5. Заключение

Предложенный в настоящей работе подход к идентификации модели материала $\sigma = \sigma_0 + K'\xi_i^{m'}$ по заданному входному набору данных $\{\sigma_i, \xi_i\}$ ($i=1,2,\dots,N$) основан на минимизации отклонений расчетных значений напряжения течения $\sigma_0 + K'\xi_i^{m'}$ от соответствующих экспериментальных значений σ_i . Численная процедура основана на применении метода золотого сечения и решении системы двух линейных уравнений по формулам Крамера. Результаты практической апробации предложенного подхода позволяют сделать вывод о возможности его практического использования для определения реологических параметров СП σ_0 , K' , m' .

Литература

- Novikov I.I., Portnoy V.K. Superplasticity of ultrafine grained alloys. Moscow, Metallurgy (1981) 168 p. (in Russian) [Новиков И.И., Портной В.К. Сверхпластичность сплавов с ультрамелким зерном. М.: Металлургия, 1981. 168 с.].
- Masterov V.A., Berkovskii V.S. Theory of plastic deformation and metal working techniques Moscow, Metallurgy (1989) 400 p. (in Russian) [Мастеров В.А., Берковский В.С. Теория пластической деформации и обработки металлов давлением. М.: Металлургия, 1989. 400 с.].
- Zhilyaev A.P., Pshenichnyuk A.I. Superplasticity and grain boundaries in ultrafine-grained materials. Cambridge, International Science Publishing (2010) 312p.
- Vasin R.A., Enikeev F.U. Introduction in mechanics of superplasticity. Part I. Ufa, Gilem (1998) 280 p. (in Russian) [Васин Р.А., Еникеев Ф.У. Введение в механику сверхпластичности: В 2 ч. Часть I. Уфа: Гилем, 1998. 280 с.].
- Padmanabhan K.A., Vasin R.A., Enikeev F.U. Superplastic Flow: Phenomenology and Mechanics, Berlin–Heidelberg, Germany, Springer-Verlag (2001) 363 p.
- Vasin R.A., Enikeev F.U., Mazurskii M.I. Zavodskaya Laboratoriya, 1998, Vol. 64, 9. P. 50–55. (in Russian) [Васин Р.А., Еникеев Ф.У., Мазурский М.И. Заводская лаборатория, 1998. Том 64, №9. С. 50–55].
- Smirnov O.M. Superplastic metal working techniques. Moscow, Mashinostroyeniye (1979) 184 p. (in Russian) [Смирнов О.М. Обработка металлов давлением в состоянии сверхпластичности. М.: Машиностроение, 1979. 184 с.].
- Burton B. Scripta Metallurgica. 5, 669(1971).
- Geckini A.E., Barrett C.R. Journal of Materials Science. 11, 510 (1976).
- Booeshaghi F., Garmestani H. Scripta Materialia, 1998, 38 (1), 89 (1998).
- Vasin R.A., Enikeev F.U. and Mazurski M.I. Materials Science Forum. 170-172, 675 (1994).
- Hamilton C.H., Ghosh A.K., Wert J.A. Metals Forum. 8, 172 (1985).
- Mohamed F.H. Journal of Materials Sciences. 18, 582 (1983).
- Cadek J. Materials Science and Engineering. 94, 79 (1987).
- Mohamed F.H. Journal of Materials Sciences Letters, 7, 215 (1988).
- Bieler T.R., Mishra R.S. and Mukherjee A.K. Materials Science Forum. 170-172, 65 (1994).
- Soliman M.S. Scripta Metallurgica et Materialia 31, 439 (1994).
- Murty G.S., Banerjee S. Scripta Metallurgica et Materialia, 31, 707 (1994).
- Suh S., Dollar M. Scripta Metallurgica et Materialia. 31, 1663 (1994).
- Cadek J., Oikawa H., Sustek V. Materials Science and Engineering A. 190, 9 (1995).
- Yang S.T., Mohamed F.A. Metallurgical and Materials Transactions. 26, 493 (1995).
- Mishra R.S., Bieler T.R., Mukherjee A.K. Acta Materialia, 45, 561 (1997).
- Enikeev F.U. Materials Science and Engineering. A. 276, 22 (2000).
- Enikeev F.U. Zavodskaya Laboratoriya 7, 39 (2002). (in Russian) [Еникеев Ф.У. Заводская лаборатория. 7, 39 (2002).].
- Zagirov T.M., Kruglov A.A., Enikeev F.U. Zavodskaya Laboratoriya, 76 (9), 48 (2010) (in Russian) [Загиров Т.М., Круглов А.А., Еникеев Ф.У. Заводская лаборатория. 76 (9), 48 (2010)].
- Turchak L.I., Plotnikov P.V. Basis of numerical methods. Moscow, Fizmatlit (2003) 304 p. (in Russian) [Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов. М.: Физматлит, 2003. - 304 с.].
- Chung D.W., Cahoon J.R. Metal Science. 13, 635(1979).
- Holt D.L., Backofen W.A. ASM Transactions Quarterly. 59, 755(1966).
- Matsuki K., Minami K., Tokizawa M., Murakami Y. Metal Science. 13, 619 (1979).
- Bricknell R.H., Bentley A.P. Journal of Materials Sciences. 14, 2547 (1979).