

Аналитическое описание распределения пластической деформации в шейке плоского образца при растяжении

Дерюгин Е.Е.

dee@ispms.tsc.ru

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, пр. Академический, 2/4, 634021 Томск, Россия

Analytical description of plastic strain distribution in the neck of plane sample in tension

Ye.Ye. Deryugin

Institute of Strength Physics and Materials Science of the RAS SB, Akademichesky prospect, 2/4, 634021 Tomsk, Russia

Предложен метод аналитического описания неоднородного поля пластической деформации в локальной зоне плоского образца при растяжении, позволяющий теоретически описать форму шейки и распределение пластической деформации в ней. Метод построения позволяет имитировать реальные распределения неоднородной пластической деформации и изменение формы шейки согласно данным экспериментальных измерений. Задача актуальна в связи с проблемой механики деформируемого твёрдого тела, связанной с переходом от экспериментальных кривых «нагрузка-удлинение» к диаграммам нагружения «напряжение-деформация» для материала в зоне минимального сечения образца, где пластическая деформация развивается крайне неоднородно и с максимальной скоростью.

Ключевые слова: пластическая деформация; градиенты деформации; локализация деформации

The method for analytical description of the non-uniform plastic deformation in the local zone of a flat specimen under tension is proposed. The method allows to describe theoretically the shape of the neck and the strain distribution in the strain localization zone. It allows simulation of realistic non-uniform distribution of deformation and the shape of the neck according to the experimental measurements. That problem is important in connection with the long-standing problem of solid mechanics associated with the transformation of the experimental “loading – elongation” curve to the “stress-strain” diagram for the material in the zone of minimal cross section of the specimen where the plastic deformation is non-uniform and develops with a maximal speed.

Keywords: plastic deformation; strain gradients; strain localization

1. Введение

Одним из основных видов испытаний, позволяющим охарактеризовать наиболее важные в инженерном отношении механические свойства материала, является испытание данного материала на растяжение. Особенностью многих конструкционных металлов и сплавов является наличие ниспадающего участка на условных диаграммах растяжения, связанного с локализацией пластической деформации в шейке, формирующейся перед разрушением материала. Площадь поперечного сечения образца в месте образования шейки резко уменьшается, что сопровождается снижением нагруз-

ки, необходимой для дальнейшей деформации образца до его разрыва. Корректный анализ физических механизмов пластической деформации и упрочнения материала на стадии предразрушения требует определения зависимости σ - ϵ , соответствующей реакции материала в локальной области шейки, где пластическая деформация максимальна и развивается с наибольшей скоростью. Учёт лишь уменьшения поперечного сечения в шейке не отражает действительную (истинную) диаграмму нагружения материала в данном локальном объёме, поскольку распределение пластической деформации в шейке крайне неоднородное. Как показывает опыт [1,2], максимальное значение степени пластиче-

ской деформации и критическое состояние материала достигается в центре минимального сечения плоского образца. Существуют определённые сложности экспериментального измерения геометрической формы и распределения пластической деформации в зоне образования шейки [3]. В настоящее время интенсивно разрабатываются экспериментальные методы измерения локальной деформации твёрдых тел при различных граничных условиях нагружения [1-8]. Поэтому описание связи пластического формоизменения образца с неоднородным распределением пластической деформации в формирующейся шейке является одной из актуальных проблем в механике деформируемого твёрдого тела.

В данной работе предложен универсальный метод аналитического задания в локальной зоне плоского образца гладкого поля с градиентами пластической деформации, определяющего геометрическую форму шейки и распределение пластической деформации в ней, при растяжении. Предлагаемая форма аналитического описания позволяет путём вариации геометрических параметров в уравнениях получать распределения качественно и количественно согласующиеся с данными экспериментальных измерений. Аналитическое задание распределения пластической деформации в зоне шейки в принципе позволяет методами континуальной теории дефектов [9-11] или численными методами механики деформируемого твёрдого тела [12-14] рассчитывать распределение и концентрацию напряжений в твёрдом теле на стадии предразрушения. Расчёт напряжений в зоне формирования шейки является самостоятельной задачей и в данной работе не приводится.

2. Описание распределения пластической деформации в шейке плоского образца при растяжении

Экспериментальные исследования распределений пластической деформации в формирующейся шейке плоского образца при растяжении показывают, что в общем случае это распределение крайне неоднородное и в макромасштабе имеет следующие особенности [2-4,15]:

- Максимальная степень пластической деформации наблюдается в центре симметричной шейки;
- Степень пластической деформации уменьшается по мере удаления от этого центра;
- В минимальном сечении образца материал испытывает наиболее интенсивную пластическую деформацию;
- Граница очага пластической деформации в шейке в общем случае расширяется по мере приближения к боковым краям плоского образца, т.е. зона локализации пластической деформации в шейке в общем случае характеризуется Х-образной формой. В экспериментах наблюдаются также очаги ЛПД в виде поперечной полосы.

В макромасштабе неоднородное поле пластической деформации в шейке плоского образца можно представить в виде гладкого поля с градиентами пластической деформации в сплошной среде, которое в конечном виде должно удовлетворять указанным выше условиям. Заданное распределение пластической деформации должно обеспечивать одинаковое смещение всех точек

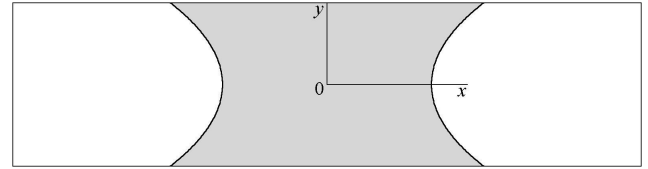


Рис. 1. Геометрическая форма зоны ЛПД в шейке плоского образца. $\gamma = 1$.

верхнего и нижнего торцов плоского образца. Далее зону шейки будем называть зоной локализованной пластической деформации (ЛПД).

Сначала определим геометрические параметры зоны шейки, которые в общем случае должны качественно описывать Х-образную форму границы ЛПД. Пусть в образце длиной a и шириной b (рис. 1) расстояние $d(y)$ от начала координат в центре симметричной шейки до границы зоны ЛПД в направлении, параллельном оси растяжения x , зависит от координаты y согласно формуле

$$l(y) = a_2 + (a_1 - a_2) \left(\frac{2|y|}{b} \right)^{\gamma+1}. \quad (1)$$

Здесь a_1 – максимальное значение этой функции на краю образца, когда $y = \pm b/2$, a_2 – минимальное значение этой функции при $y = 0$. В таком представлении величины a_1 , a_2 , b и γ , очевидно, будут влиять на величину и геометрическую форму очага ЛПД.

На рис. 1 приведён пример зоны ЛПД когда a_1 , a_2 , b равны 60, 40 и 60 условных единиц соответственно, $\gamma=1$. Длину образца характеризовали величиной $a = 240$ условных единиц. В случае, когда $\gamma = 1$ граница зоны ЛПД характеризуется параболической формой (рис. 1). Видно, что зависимость (1) в общем случае качественно определяет для зоны ЛПД Х-образную геометрию формы.

Рис. 2а иллюстрирует влияние показателя γ в уравнении (1) на изменение формы зоны ЛПД. Видно, что чем выше γ , тем быстрее Х-образная форма зоны ЛПД трансформируется в полосу ЛПД поперёк образца. При $\gamma \rightarrow \infty$ получается случай поперечной полосы ЛПД шириной $2a_2$.

Влияние разности $a_1 - a_2$ на форму очага ЛПД отражает рис. 2б. При $a_2 \rightarrow a_1$ Х-образная форма очага ЛПД постепенно трансформируется в поперечную полосу ЛПД шириной $2a_1$. Очевидно, что подобное изменение формы очага ЛПД будет наблюдаться и при $a_1 \rightarrow a_2$. Только в последнем случае ширина поперечной полосы будет равна $2a_2$.

Таким образом, вариация параметров a , b , a_1 , a_2 и γ в уравнении (1) в широких пределах изменяет форму и размеры зоны ЛПД.

Следующий шаг связан с построением гладкого (без скачков) неоднородного распределения пластической деформации $\varepsilon(x, y)$ с максимумом в центре зоны ЛПД. Очевидно, что упомянутые выше условия будут соблюдаться, если в направлении оси x градиент пластической

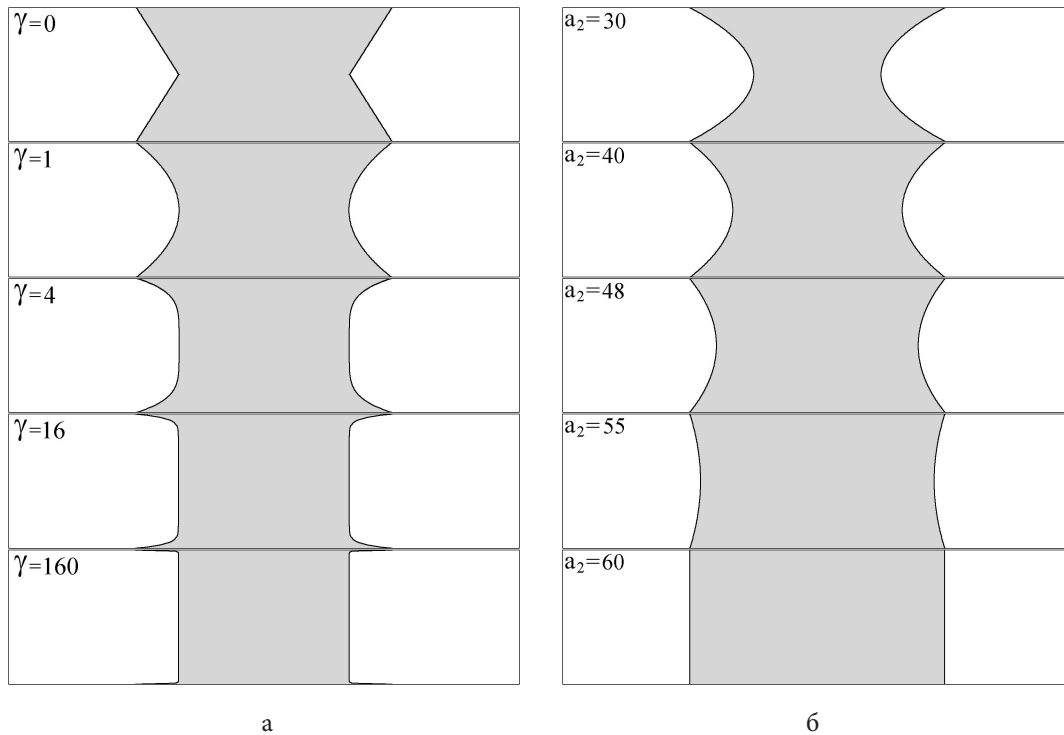


Рис. 2. Изменение формы очага ЛПД по мере увеличения показателя $\gamma(a)$ и уменьшения разницы $a_1 - a_2$ (б) в уравнении (1): $a_1 = 60, g = 1$.

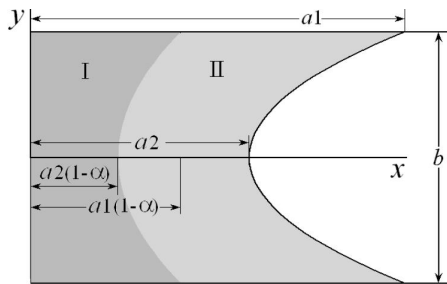


Рис. 3. Половина зоны ЛПД в шейке плоского образца. В уравнении (2)

деформации будет сначала плавно увеличиваться от нуля при $x = 0$ до определённого значения, затем плавно уменьшаться до нуля на границе зоны ЛПД. Это означает, что, начиная со значения $\varepsilon_0(0, y)$, профиль пластической деформации вдоль оси x будет иметь S-образную конфигурацию. При этом по направлению к боковому краю образца степень пластической деформации будет непрерывно уменьшаться. Чтобы учесть эти особенности зону ЛПД разбивали на две области I и II (рис. 3). Границу области I располагали на определённом расстоянии $l(y) \cdot \alpha$ от границы самой зоны ЛПД, где $0 < \alpha < 1$. В этой области распределение нормальной компоненты ε_x пластической деформации вдоль оси растяжения x задавали согласно уравнению

$$\varepsilon_{ix}(x, y) = \varepsilon_0(y) \left[1 - \frac{1}{(1-\alpha)^\beta} \left(\frac{|x|}{l(y)} \right)^{\beta+1} \right], \quad (2)$$

которое обеспечивает плавное увеличение модуля градиента пластической деформации:

$$|\text{grad } \varepsilon_{ix}(x, y)| = \frac{\varepsilon_0(y)(\beta+1)}{(1-\alpha)^\beta \cdot l(y)} \left(\frac{|x|}{l(y)} \right)^\beta. \quad (3)$$

В уравнении (2)

$$\varepsilon_0(y) = \frac{\Delta L(\beta+2)}{2(\beta+1-\alpha\beta)l(y)}. \quad (4)$$

Здесь β – показатель, определяющий величину и изменение градиентов пластической деформации в очаге ЛПД, ΔL – удлинение образца за счёт пластической деформации в шейке. Максимальное значение $\varepsilon_0(y)$ наблюдается в центре зоны ЛПД при $y=0$, когда $l(0) = a_2$. Таким образом, в центре шейки наблюдается максимальная степень пластической деформации, равная

$$\varepsilon^{\max} = \frac{\Delta L(\beta+2)}{2(\beta+1-\alpha\beta)a_2}. \quad (5)$$

Согласно уравнению (3), вдоль оси y (при $|x|=0$) $\text{grad } \varepsilon_{ix}(y) = 0$. Увеличение абсолютного значения координаты x приводит к росту градиента до максимального значения его абсолютной величины на границе области I, где $x = l(y)(1-\alpha)$:

$$|\text{grad}^{\max} \varepsilon_{ix}(x, y)| = \frac{\varepsilon_0(y)(\beta+1)(1-\alpha)}{x}. \quad (6)$$

Самый высокий градиент наблюдается в точке пересечения границы области I с осью x , где $x = a_2(1-\alpha)$.

Там

$$\text{grad } \varepsilon_{1x}^{\max}(x, 0) = \frac{\Delta L(\beta + 2)(\beta + 1)(1 - \alpha)^2}{2a_2^2(\beta + 1 - \alpha\beta)}. \quad (7)$$

В области II распределение нормальной компоненты ε_x пластической деформации вдоль оси растяжения x задавали согласно уравнению

$$\varepsilon_{2x}(x, y) = \frac{\varepsilon_0(y)}{\alpha^\beta} \left(1 - \frac{|x|}{l(y)} \right)^{\beta+1}, \quad (8)$$

которое обеспечивает плавное уменьшение модуля градиента пластической деформации:

$$|\text{grad } \varepsilon_{2x}(x, y)| = \frac{\varepsilon_0(y)(\beta + 1)}{a^\beta \cdot l(y)} \left(1 - \frac{|x|}{l(y)} \right)^\beta. \quad (9)$$

Видно, что на границе зоны ЛПД $\text{grad } \varepsilon_{2x}(y) = 0$. Максимальное значения абсолютной величины градиента наблюдается на границе области I, где $x = l(y)(1 - \alpha)$:

$$|\text{grad}^{\max} \varepsilon_{2x}(x, y)| = \frac{\varepsilon_0(y)(\beta + 1)(1 - \alpha)}{x}. \quad (10)$$

Сравнение уравнения (10) с уравнением (6) показывает, что на границе областей I и II непрерывность поля пластической деформации не нарушается.

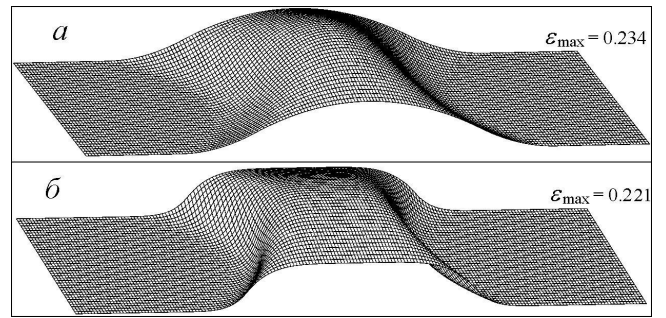


Рис. 4. Примеры распределений пластической деформации в шейке плоского образца. Расчётные параметры указаны в тексте.

Таким образом, уравнения (2)–(10) обеспечивают гладкое поле пластической деформации без скачков на границах и внутри зоны ЛПД. Максимальные градиенты пластической деформации при данном представлении наблюдаются на границе зон I и II.

Рис. 4а иллюстрирует распределение пластической деформации в шейке образца, которое получено при следующих значениях параметров в уравнениях (1) – (9): $\gamma = \beta = 1$, $\alpha = 0,4$, $a/b = 4,5$, $a_1/b = 1,5$, $a_2/b = 1$, $\Delta L/b =$

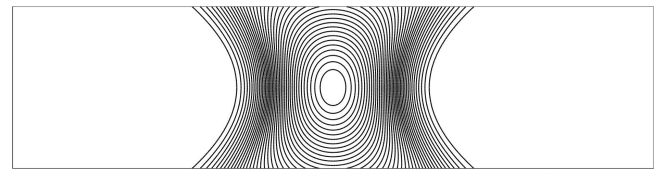


Рис. 5. Изотеты ЛПД в шейке плоского образца. $\gamma = \beta = 1$.

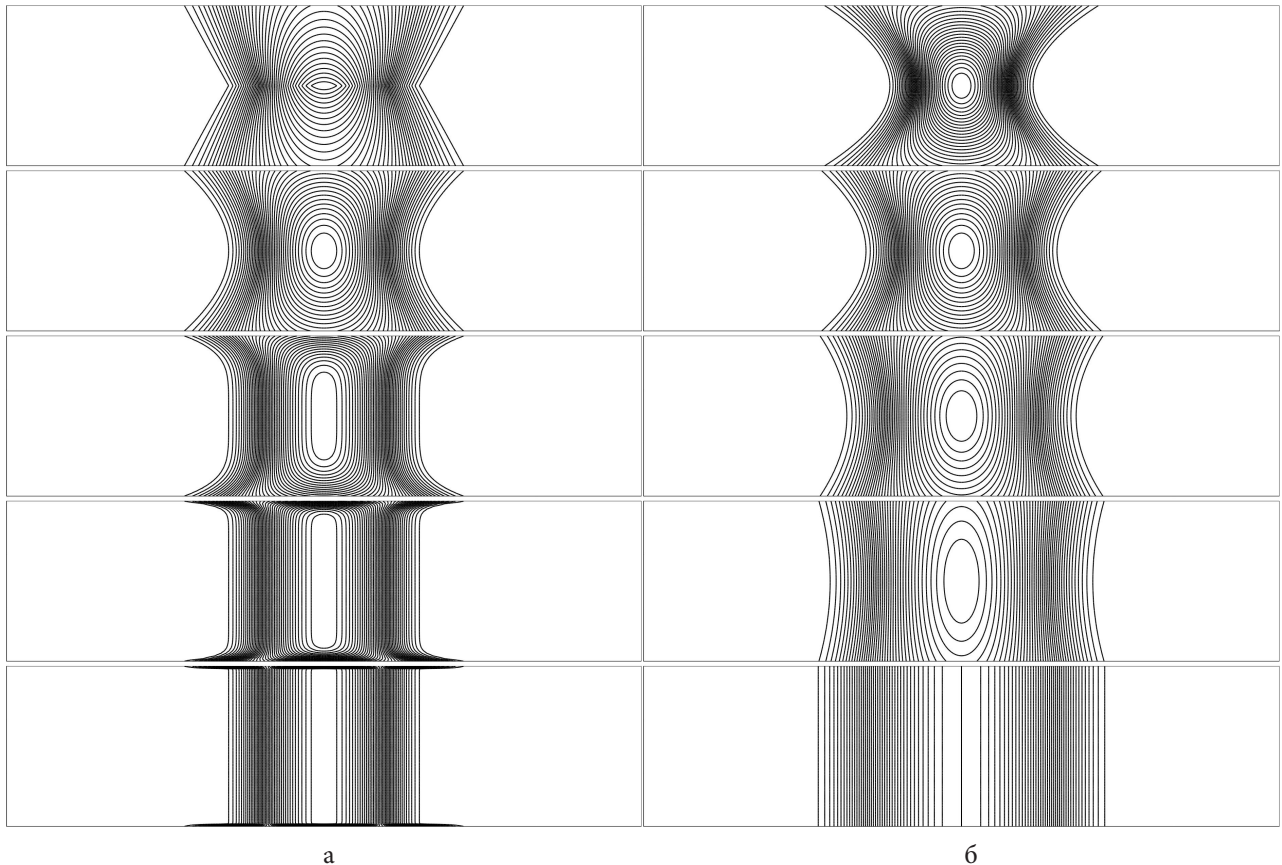


Рис. 6. Картины изотет при вариации параметра γ (а) и уменьшения разницы $a_1 - a_2$ (б) в уравнении (1): $\beta = 1$.

0,125. Из представленных результатов видно, что предложенное описание поля пластической деформации в шейке качественно удовлетворяет распределениям, наблюдаемым в экспериментах [2–4,15].

Вариацией геометрических параметров зоны ЛПД можно получать различные варианты распределений. Для значения $\beta = 4$ при прежних условиях распределение приведено на рис. 4б. Сравнение с рис. 4а показывает, что увеличение показателя β приводит к увеличению градиентов пластической деформации перед фронтом ЛПД.

Для зоны ЛПД, изображённой на рис. 1, контуры равной пластической деформации (изотеты) при $\beta = 1$ приведены на рис. 5.

Рис. 6а иллюстрирует картину контуров равной пластической деформации для разных геометрических форм зон ЛПД, изображённых на рис. 2а для случая $a_1 = 60$ и $a_2 = 40$ при вариации параметра γ в уравнении (1) и значении $\beta = 1$, а рис. 6б – при вариации разности $a_1 - a_2$ при $\beta = \gamma = 1$.

Условие $a_1 = a_2$, как это уже указывалось выше, обеспечивает вариант поперечной полосы ЛПД. На рис. 7а приведён случай, когда $a_1/b = a_2/b = 1$ и $\beta = 1$. В такой полосе профиль пластической деформации ε_x не изменяется по сечению параллельному оси x . Рис. 7б иллюстрирует поперечную полосу ЛПД при $\beta = 4$. Сравнение рис. 4 и 7 показывает, что параметр β определяет величину максимальной степени пластической деформации ε_x^{\max} независимо от значения разности $a_1 - a_2$. В то же время увеличение показателя β приводит к некоторому уменьшению ε_x^{\max} .

Согласно континуальной теории дефектов [9–11] заданному неоднородному полю пластической деформации в сплошной среде соответствуют вполне определённые градиенты и концентрации напряжений. Задавая уравнениями (1)–(9) конкретное распределение пластической деформации для плосконапряжённого состояния можно численно или аналитически рассчитать неоднородное поле напряжений в объёме твёрдого тела, используя известные методы конечных элементов, граничных элементов, элементов релаксации и др. [12–14].

Следует подчеркнуть, что уравнения (2)–(9) определяют только неоднородное поле пластической деформации. В общем случае к данным уравнениям нужно добавлять однородное поле пластической деформации

по всей площади образца, характеризующееся величиной пластической деформации вне зоны шейки. Известно, что однородное поле пластической деформации (без градиентов) не влияет на поле внутренних напряжений.

3. Изменение формы шейки в плоском образце при растяжении

Макронеоднородное распределение пластической деформации с градиентами определяет существенное изменение формы плоского образца. Как результат, в локальной зоне образца возникает конфигурация, которая определяется в научной литературе термином «шейка». Очевидно, что форма и размеры шейки зависят от качественных и количественных характеристик распределения в зоне ЛПД.

Чтобы описать форму шейки, достаточно вычислить смещения точек на краю плоского образца. Для этого нужно знать все компоненты тензора пластической деформации в образце, а именно: ε_x , ε_y и ε_{xy} . Будем считать, что для симметричной шейки $\varepsilon_{xy} = 0$. Уравнениями (2)–(9) задаются значения для нормальной компоненты пластической деформации ε_x , направленной вдоль оси растяжения. Для определения компоненты ε_y необходимы дополнительные предположения. Обычно исходят из условия, что при пластической деформации не происходит изменения объёма материала. Для простоты допустим, что при деформации растяжением $\varepsilon_x = \varepsilon$ вдоль оси x происходит деформация сжатия пропорционально величине ε , одинаковая для ширины и толщины образца, т.е. $\varepsilon_y = -\nu\varepsilon$ и $\varepsilon_z = -\nu\varepsilon$, где ν – коэффициент пропорциональности, или коэффициент Пуассона, как это определяется в случае упругой деформации. Для элементарного объёма $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ тогда можно записать равенство

$$\Delta x \Delta y \Delta z = \Delta x(1+\varepsilon) \Delta y(1-\nu\varepsilon) \Delta z(1-\nu\varepsilon),$$

$$\text{или } 1 = (1+\varepsilon)(1-\nu\varepsilon)^2.$$

Отсюда находим значение коэффициента Пуассона

$$\nu = [1 - 1/(1+\varepsilon)^{1/2}] / \varepsilon. \quad (11)$$

Из уравнения (11) видно, что ν зависит от степени деформации. При малых степенях деформации, когда $\varepsilon \rightarrow 0$, $\nu \rightarrow 0,5$. В этом можно убедиться, разложив выражение $1/(1+\varepsilon)^{1/2}$ в ряд по значению ε [16], ограничившись первыми двумя членами: $1/(1+\varepsilon)^{1/2} = 1 - \varepsilon/2$. По мере увеличения ε , коэффициент ν уменьшается. В рассмотренных нами примерах на рис. 4 и 7 максимальная степень пластической деформации равна $\varepsilon_{\max} = 0,213$. Подставляя это значение в (11), получим $\nu = 0,43$. Далее для простоты расчётов будем считать величину ν константой и равной $\nu = 0,4$.

Изменение ширины образца происходит за счет компоненты деформации ε_y . Вклад элементарного объёма в смещение точки $(x, b/2)$ на боковой стороне образца равен:

$$du_y^I(x) = -\nu \varepsilon_1(x, y) dy, \quad (12)$$

если он находится в зоне I (см. рис. 3). Если же элементарный объём находится в зоне II, то он обеспечивает смещение точки $(x, b/2)$ на элементарную величину

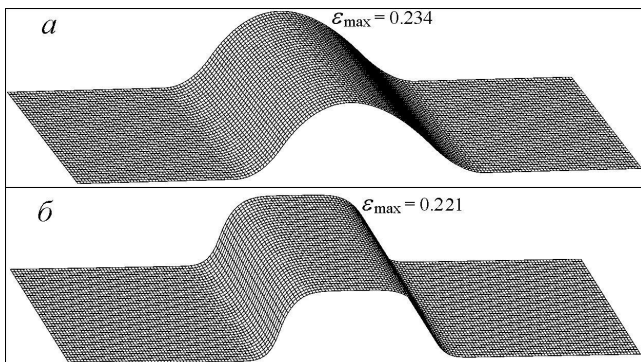


Рис. 7. Примеры поперечных полос ЛПД: $\beta = 1$ (а), 4 (б). Расчётные параметры указаны в тексте.

$$du_y^{\text{II}}(x) = -v\varepsilon_2(x, y)dy. \quad (12a)$$

Полное смещение точек $(x, b/2)$ определяется интегрированием элементарных смещений (12) и (12a) по переменной y в зонах I и II соответственно. Запишем эту операцию в виде двух интегралов, суммирующих смещения отдельно в зоне I и в зоне II:

$$u_y(x) = du_y^{\text{I}}(x) + du_y^{\text{II}}(x) = v \int_{y_1^{\text{I}}}^{y_2^{\text{I}}} \varepsilon_1(x, y)dy + v \int_{y_1^{\text{II}}}^{y_2^{\text{II}}} \varepsilon_2(x, y)dy. \quad (13)$$

Подставляя в (11) выражения (1) – (4) при условии = const, получим для первого интеграла

$$du_y^{\text{I}}(x) = \frac{-v\Delta L(\beta + 2)}{2[\beta + 1 - \alpha\beta]} \times \int_{y_1^{\text{I}}}^{y_2^{\text{I}}} \left[1 - \frac{1}{(1-\alpha)^\beta} \left(\frac{|x|}{l(y)} \right)^{\beta+1} \right] \frac{dy}{l(y)}. \quad (14)$$

Аналогичная подстановка выражений (1) – (4) во второй интеграл приводит к уравнению

$$du_y^{\text{II}}(x) = \frac{-v\Delta L(\beta + 2)}{2[\beta + 1 - \alpha\beta]\alpha^\beta} \int_{y_1^{\text{II}}}^{y_2^{\text{II}}} \left[1 - \frac{|x|}{l(y)} \right]^{\beta+1} \frac{dy}{l(y)}. \quad (15)$$

Рассмотрим конкретный пример, когда $a_1(1-\alpha) < a_2$, изображённый на рис. 8а, где выделены 4 области с разными пределами интегрирования. В области 1 интегрируется только уравнение (14) с пределами интегрирования $y_1^{\text{I}} = 0$, $y_2^{\text{I}} = b/2$. Граница между зонами I и II определяет нижний предел интегрирования y_1^{I} для уравнения (14) и верхний предел интегрирования для уравнения y_2^{II} (15) для области 2. Из условия $|x| = l(y)(1-\alpha)$ находим

$$y_1^{\text{I}} = y_2^{\text{II}} = \frac{b}{2} \cdot \sqrt[{\gamma+1}]{\frac{|x| - a_2(1-\alpha)}{(a_1 - a_2)(1-\alpha)}}.$$

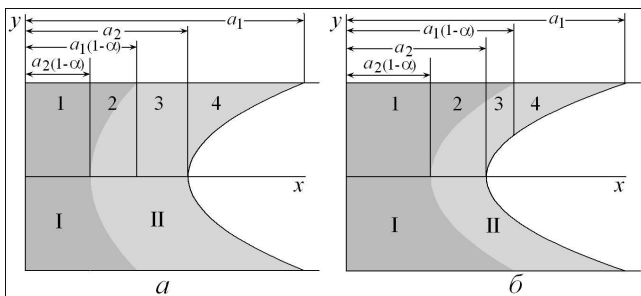


Рис. 8. Схема областей интегрирования в зоне шейки: а – 1-й вариант, б – 2-й вариант.

При этом $y_2^{\text{I}} = b/2$ и $y_1^{\text{II}} = 0$. В области 3 интегрируется только уравнение (15) с пределами интегрирования $y_2^{\text{II}} = b/2$ и $y_1^{\text{II}} = 0$. Наконец в области 4 граница очага ЛПД определяет нижний предел интегрирования уравнения (15), равный

$$y_1^{\text{II}} = \frac{b}{2} \cdot \sqrt[{\gamma+1}]{\frac{|x| - a_2}{(a_1 - a_2)}},$$

согласно условию $|x| = l(y)$. Верхний предел интегрирования уравнения (15) при этом равен $y_2^{\text{II}} = b/2$.

На рис. 8б представлен другой вариант, когда $a_1(1-\alpha) > a_2$. В данном случае тоже выделены 4 области с разными пределами интегрирования. Из сравнения рис. 8а и 8б видно, что в областях 1, 2 и 4 пределы интегрирования не изменились. Отличие пределов интегрирования наблюдается только в области под номером 3. В последнем примере интегрируется уравнение (15) с пределами интегрирования

$$y_1^{\text{II}} = \frac{b}{2} \cdot \sqrt[{\gamma+1}]{\frac{|x| - a_2}{(a_1 - a_2)}}, \text{ и } y_2^{\text{II}} = \frac{b}{2} \cdot \sqrt[{\gamma+1}]{\frac{|x| - a_2(1-\alpha)}{(a_1 - a_2)(1-\alpha)}},$$

а также уравнение (14) с пределами интегрирования

$$y_1^{\text{I}} = \frac{b}{2} \cdot \sqrt[{\gamma+1}]{\frac{|x| - a_2}{a_1 - a_2}}, \text{ и } y_2^{\text{I}} = \frac{b}{2}.$$

Определим теперь смещения точек бокового края образца вдоль оси растяжения. Для этого надо проинтегрировать вклады элементарных смещений точек на краях образца вдоль оси растяжения.

После интегрирования придём к следующему результату:

$$u_x = \varepsilon^* \begin{cases} (1-\alpha)|x| \left[1 - \frac{1}{\beta+2} \left(\frac{|x|}{a_1(1-\alpha)} \right)^{\beta+1} \right] + \alpha|x|, & 0 \leq x \leq a_1(1-\alpha); \\ \frac{\alpha^2 a_1}{\beta+2} \left[1 - \left(\frac{a_1 - |x|}{a_1 \alpha} \right)^{\beta+2} \right] + \alpha(1-\alpha)a_1 + & a_1(1-\alpha) \leq x \leq a_1; \\ + a_1(1-\alpha)^2 \frac{\beta+1}{\beta+2}, & \\ \frac{a_1(\beta+1-\alpha\beta)}{\beta+2}, & x \geq a_1. \end{cases} \quad (16)$$

$$\text{Здесь } \varepsilon^* = \varepsilon_0(b/2) = \frac{\Delta L(\beta+2)}{2a_1(\beta+1-\alpha\beta)}.$$

Легко убедиться, что в интервале $x > a_1$ все точки на боковой стороне образца смещаются на одну и ту же величину $u_x = \Delta L/2$.

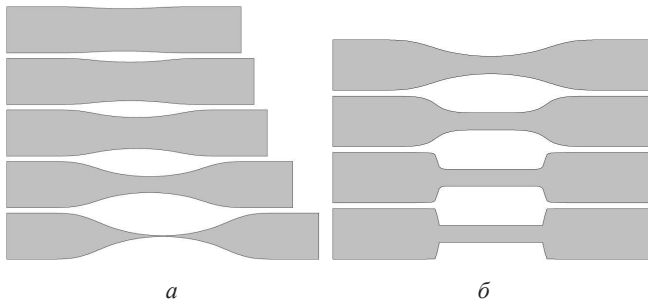


Рис. 9. Изменение формы шейки по мере увеличения длины образца (а), при значениях $\Delta L/b = 0.0125, 0.25, 0.5, 1.0, 1.5$; $\beta = \gamma = 1$, и по мере увеличения показателя β (б) при значениях $\beta = 1, 4, 30, 150$ и $\Delta L/b = 1$.

Компоненты смещений u_x и u_y , задаваемые формулами (14)–(16) полностью определяют изменение формы плоского образца.

На рис. 9а представлены результаты расчётов изменения конфигураций шейки по мере увеличения длины образца ΔL за счёт неоднородной пластической деформации в зоне ЛПД. Видно, что накопление пластической деформации в зоне ЛПД приводит к уменьшению минимального сечения и увеличению длины образца.

Влияние показателя β на форму образца показано на рис. 10. Увеличение β приводит более быстрому уменьшению ширины образца. При этом минимальное сечение изменяется незначительно.

4. Заключение

В работе проведено теоретическое описание распределения неоднородного поля пластической деформации в плоском образце, определяющего формоизменение образца в зоне формирования шейки. Вариацией геометрических параметров в полученных уравнениях, можно описывать гладкие поля с градиентами пластической деформации и изменение геометрической формы плоского образца при растяжении. Предложенный метод построения позволяет имитировать реальные распределения неоднородной пластической деформации и изменение формы шейки согласно данным экспериментальных измерений. Задача актуальна в связи с проблемой механики деформируемого твёрдого тела, связанной с переходом от экспериментальных кривых «нагрузка-удлинение» к диаграммам нагружения «напряжение-деформация» для материала в зоне минимального сечения образца, где пластическая деформация развивается крайне неоднородно и с максимальной скоростью. Именно в этой зоне материал испытывает все стадии деформационного упрочнения и доводится до разрушения.

Работа поддержана грантом РФФИ 10-08-01182-а.

Литература

1. M.N. Gusev, I.S. Osipov, "Features of deformation-plastic behavior of metals and alloys irradiated by neutrons in reactors the BBP-K and БН-350," Bulletin of Udmurt-university. Physics, 4, 104-112 (2007) [in Russian].
2. L.S. Derevyagina, V.E. Panin, A. Gordienko, Physical mesomechanics. **10**(4), 59-71 (2007) [in Russian].
3. Strain hardening and destruction of polycrystalline metals, Ed. V.I. Trefilov (Naukova Dumka, Kiev, 1987). (in Russian).
4. T.M. Poletika, A.P. Pshenichnikov, JTP **79**(3), 54-58 (2009) [in Russian].
5. W.H. Peters, W.F. Ranson, Optical Engineering **21**, 427 (1982).
6. M.A. Sutton, W.J. Wolters, W.H. Peters, W.F. Ranson, S.R. McNeil, **1**(3), 133 (1982).
7. V.E. Panin, V.S. Pleshanov, V.V. Kibitkin, S. Sapozhnikov, Defectoscope **2**, 80 (1998) [in Russian].
8. S.V. Panin, V.I. Syryamkin, P.S. Lyubutin, Auto-metry **41**(2), 44 (2005) [in Russian].
9. J.D. Eshelby, "Continuum theory of defects," Solid State Physics, 3, (1956).
10. R. de Wit, Linear theory of static disclinations. In: Fundamental aspects of dislocation, ed. by J.A. Simons, R. de Wit, R. Bullough, Nat. Bur. Stand. (US) Spec. Publ. 317, vol. I, 651-673 (1970).
11. V.A. Likhachev, A.E. Volkov, V.E. Shudegov, Continuum theory of defects (Leningrad. Univ., Leningrad 1986) [in Russian].
12. R. Gallagher The Finite Element Method. Basics. Springer-Verlag, (1984).
13. S.L. Crouch, A.M. Starfield, Boundary element methods in solid mechanics (London: George Allen & Unwin, 1983).
14. Ye.Ye. Deryugin, G. Lasko, S. Schmauder, „Relaxation Element Method in Mechanics of Deformed Solid". In: Wilhelm U. Oster. Computational Materials (NY: Nova Science Publisher, 2009) 479-545.
15. A.V. Panin, A.A. Son, Y.F. Ivanov, V.I. Kopylov, Physical Mesomechanics **7**(3), 5-16 (2004) [in Russian].
16. M.J. Vygodskii Handbook on higher mathematics (AST: Astrel, Moscow, 2005) [in Russian].