

# Кинематические особенности вязкого течения аморфного материала при равноканальном многоугловом прессовании через двухповоротный прямоугольный штамп

Периг А.В.<sup>1,†</sup>, Голоденко Н.Н.<sup>2</sup>, Жбанков Я.Г.<sup>1</sup>, Бойко И.И.<sup>1</sup>, Ситник А.А.<sup>1</sup>

<sup>†</sup>olexander.perig@gmail.com

<sup>1</sup>Донбасская государственная машиностроительная академия, ул. Шкадинова, 72, 84313, Краматорск, Донецкая область, Украина

<sup>2</sup>Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ул. Державина, 2, 86123, Макеевка, Донецкая область, Украина

## Kinematic features of viscous flow of amorphous materials during an equal channel multiple-angle extrusion through a 2-turn rectangular die

A.V. Perig<sup>1</sup>, N.N. Golodenko<sup>2</sup>, I.G. Zhabankov<sup>1</sup>, I.I. Boiko<sup>1</sup>, A.A. Sitnik<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Donbass State Engineering Academy, Shkadinova St. 72, 84313 Kramatorsk, Ukraine

<sup>2</sup>Donbass National Academy of Civil Engineering and Architecture, Derzhavina St. 2, 86123 Makeevka, Ukraine

Основные энергосиловые параметры процесса равноканального многоуглового прессования (РКМУП), геометрические характеристики течения вязкого аморфного материала в двухповоротном штампе, а также динамика формирования макроротатора определены на основе численного конечноразностного решения уравнения переноса вихря для плоского течения вязкой несжимаемой сплошной среды. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментов в рамках физического моделирования.

**Ключевые слова:** равноканальное многоугловое прессование, уравнение переноса вихря, макроскопическая ротация, пластилин, исходные кольцевые сетки.

Key energy-power parameters of an Equal Channel Multiple-Angle Extrusion process, theoretical material flow patterns through a 2-turn rectangular die and dynamics of macroscopic rotation formation in amorphous materials have been determined with a numerical finite-difference solution of the curl transfer equation for planar flow of viscous incompressible continua. Good agreement between theoretical and averaged experimental results was found within the scope of physical simulation.

**Keywords:** equal channel multiple angular extrusion, curl transfer equation, macroscopic rotation, plasticine, initial circular grids.

### 1. Введение

Процессы равноканального многоуглового прессования (РКМУП) являются дальнейшим развитием технологических процессов углового прессования с равноканальным пластическим течением деформируемых материалов и реализуются продавливанием обрабатываемых заготовок через штампы, содержащие несколько пар каналов одинакового поперечного сечения, пересекающихся под заданными углами [1-5]. Технологические преимущества процессов РКМУП при интенсивном пластическом деформировании металлов, сплавов, по-

рошковых и полимерных материалов подробно исследованы в работах Белошенко В.А. и др. [1-2], Спусканюка В.З. и др. [3], Rosochowski A. и др. [4], Kim H.S. [5] и заключаются в возможностях продавливания более длинных заготовок через многоугловые штампы, уменьшении влияния краевого эффекта на неравномерность распределения деформаций, снижении прерывности процесса, а также накоплении больших сдвиговых деформаций в объеме заготовки за один проход деформирования, причем дальнейшее совершенствование процессов РКМУП однозначно связывается с увеличением числа пар пересекающихся каналов. На уровне проек-

тирования и конструирования штамповой оснастки решение задач РКМУП требует тщательного сопряжения всех частей разъемного многоугольного штампа по всей длине составного канала во избежание потерь пресс-остатка. В тоже время практическая реализация технологии РКМУП труднообрабатываемых металлов и сплавов, композитов, порошковых, аморфно-кристаллических и аморфных полуфабрикатов требует подробного динамического анализа особенностей течения заготовок с учетом эффектов вязкости и макроскопической ротации деформируемого материала. Также отметим отсутствие в ранее опубликованных работах [1-13] теоретического анализа задач РКМУП деформируемых материалов с учетом эффектов вязкости, что и обуславливает актуальность исследуемой проблемы.

## 2. Описание модели

В рамках физического моделирования локального вязкого течения деформируемого материала при РКМУП рассмотрим течение мягкой пластилиновой модели заготовки с исходной кольцевой сеткой через двухповоротный равноканальный прямоугольный штамп. По мере вязкого течения модельного материала через угловой штамп происходит относительное вращательное движение исходных кольцевых маркеров, характеризующее повороты главных осей течения и степень макроскопической ротации заготовки (рис. 1а).

Для математического описания наблюдаемой макроскопической ротации деформируемого материала на рис. 1а воспользуемся уравнениями Навье-Стокса

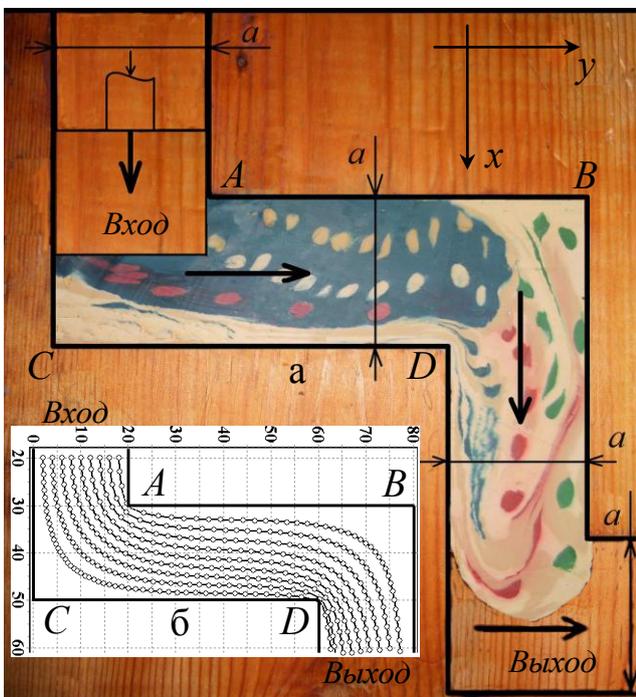


Рис. 1. Составная пластилиновая модель деформируемой заготовки с исходной кольцевой сеткой при угловом прессовании в прямоугольном штампе (а), а также расчетные линии тока для вязкого течения данной физической модели, где начальные точки взяты на расстоянии 20 шагов координаты от входа с одинаковым шагом вдоль оси  $y$ , ширина канала 40 мм, метки времени через 50 с (б).

[6-11]. Здесь и далее размерные величины обозначим чертой сверху (только те, которые используются и в безразмерном виде). Если используются размерное и безразмерное значения величины, то размерная величина выделяется верхним подчеркиванием:  $a$ ,  $\bar{a}$  – ширина канала углового штампа, [м];  $Re$  – число Рейнольдса;  $t$ ,  $\bar{t}$  – время вязкого течения, [с];  $\bar{U}_0$  – характерная скорость прессования, [м/с];  $u$ ,  $\bar{u}$  –  $x$ -проекция скорости вязкого течения, [м/с];  $v$ ,  $\bar{v}$  –  $y$ -составляющая скорости, [м/с];  $x$ ,  $y$ ,  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – координаты, [м];  $\zeta$ ,  $\bar{\zeta}$  – вихрь, [1/с];  $\eta$ ,  $\bar{\eta}$  – шаг вдоль оси  $x$ ;  $\bar{v}_{vis}$  – кинематическая вязкость, [м<sup>2</sup>/с];  $\bar{\eta}_{vis}$  – динамическая вязкость, [Па·с];  $\xi$ ,  $\bar{\xi}$  – шаг вдоль оси  $y$ ;  $\bar{\rho}$  – плотность вязкого материала, [кг/м<sup>3</sup>];  $\bar{\tau}$  – шаг итераций по времени, [с];  $\psi$ ,  $\bar{\psi}$  – функция тока, [м<sup>2</sup>/с]. Индексы:  $i, j$  – номера ячеек по горизонтали и по вертикали.

При этом для вертикальной и горизонтальной составляющих размерных скоростей запишем следующие уравнения Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} + \bar{v}_{vis} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \bar{y}^2} \right); \quad (1)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = -\frac{1}{\bar{\rho}} \cdot \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{y}} + \bar{v}_{vis} \left( \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \bar{y}^2} \right). \quad (2)$$

Имеем два уравнения с тремя неизвестными  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  и давление прессования  $\bar{p}$ . Чтобы замкнуть систему, к (1)-(2) присоединяем уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial \bar{x}} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{y}} = 0. \quad (3)$$

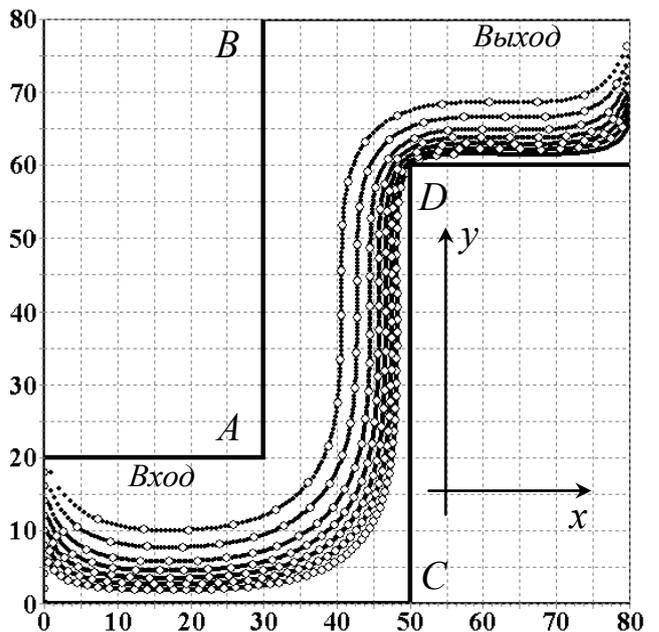


Рис. 2. Расчетные линии тока для вязкого течения физической модели, где начальные точки взяты на входе с одинаковым шагом вдоль оси  $y$ , ширина канала 40 мм, метки времени через 50 с, где вход – слева, выход – справа.

Начальные условия не имеют принципиального значения, поскольку в рамках решения данной задачи РКМУП ищется стационарное решение (рис. 16-рис. 5).

Продифференцировав (1) по  $\bar{y}$  и (2) по  $\bar{x}$ , исключив давление и определив вихрь как

$$\bar{\zeta} = \partial\bar{u}/\partial\bar{y} - \partial\bar{v}/\partial\bar{x}, \quad (4)$$

получим уравнение переноса вихря

$$\frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial\bar{x}} - \bar{v} \frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial\bar{y}} + \bar{v}_{vis} \left( \frac{\partial^2\bar{\zeta}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{\zeta}}{\partial\bar{y}^2} \right). \quad (5)$$

Уравнение (5) в консервативной форме имеет вид:

$$\frac{\partial\bar{\zeta}}{\partial t} = -\frac{\partial(\bar{u}\bar{\zeta})}{\partial\bar{x}} - \frac{\partial(\bar{v}\bar{\zeta})}{\partial\bar{y}} + \bar{v}_{vis} \left( \frac{\partial^2\bar{\zeta}}{\partial\bar{x}^2} + \frac{\partial^2\bar{\zeta}}{\partial\bar{y}^2} \right). \quad (6)$$

Консервативная форма записи конечно-разностного уравнения обеспечивает выполнение интегральных законов сохранения, справедливых для исходных дифференциальных уравнений.

Определяя функцию тока  $\bar{\psi}$  (рис. 3) по формулам

$$\partial\bar{\psi}/\partial\bar{y} = \bar{u}; \quad \partial\bar{\psi}/\partial\bar{x} = -\bar{v}, \quad (7)$$

уравнение (4) записываем в виде

$$\partial^2\bar{\psi}/\partial\bar{x}^2 + \partial^2\bar{\psi}/\partial\bar{y}^2 = \bar{\zeta}. \quad (8)$$

Введя безразмерные величины  $u = \bar{u}/\bar{U}_0$ ;  $v = \bar{v}/\bar{U}_0$ ;

$x = \bar{x}/\bar{a}$ ;  $y = \bar{y}/\bar{a}$ ;  $\zeta = \bar{\zeta}\bar{a}/\bar{U}_0$ ;  $t = \bar{t}\bar{U}_0/\bar{a}$ , приведем

уравнения (6) и (4) к безразмерному виду:

$$\frac{\partial\zeta}{\partial t} = -\text{Re} \left( \frac{\partial(u\zeta)}{\partial x} - \frac{\partial(v\zeta)}{\partial y} \right) + \frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}; \quad (9)$$

$$\zeta = \partial u/\partial y - \partial v/\partial x. \quad (10)$$

После записи уравнения (9) в конечных разностях функцию тока  $\psi$  находим итерационным методом Ри-

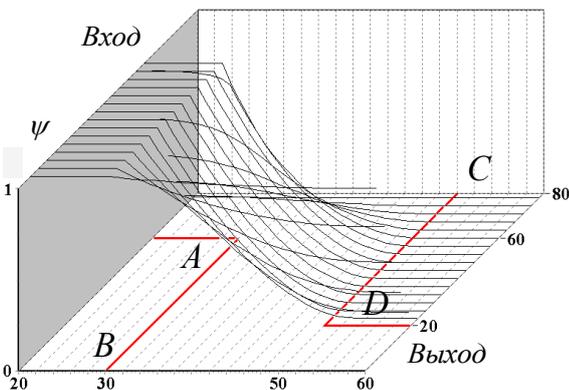


Рис. 3. Пространственная эпюра функции тока  $\psi$ .

чардсона. Для численного решения краевой задачи (9)-(10) воспользуемся итерационным процессом метода Гаусса-Зайделя, при котором направление обхода узлов координатной конечноразностной сетки циклически изменяется (рис. 16-рис. 5).

Начальные условия для задачи (9)-(10) принимаем в виде приближения к стационарному решению:

$$u_{i,j}^0 = 0; \quad v_{i,j}^0 = 0; \quad \zeta_{i,j}^0 = 0; \quad \psi_{i,j}^0 = 0. \quad (11)$$

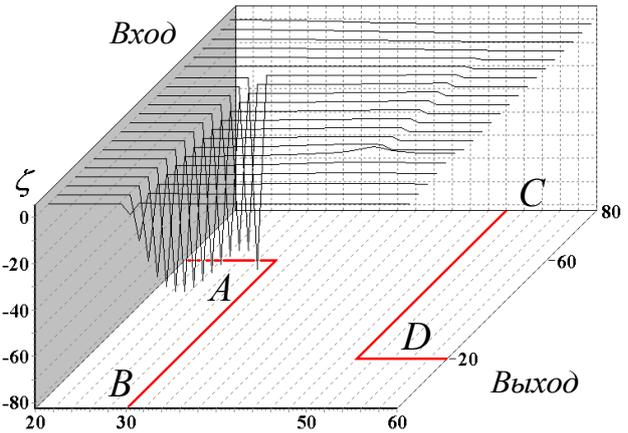


Рис. 4. Пространственная эпюра функции вихря  $\zeta$ .

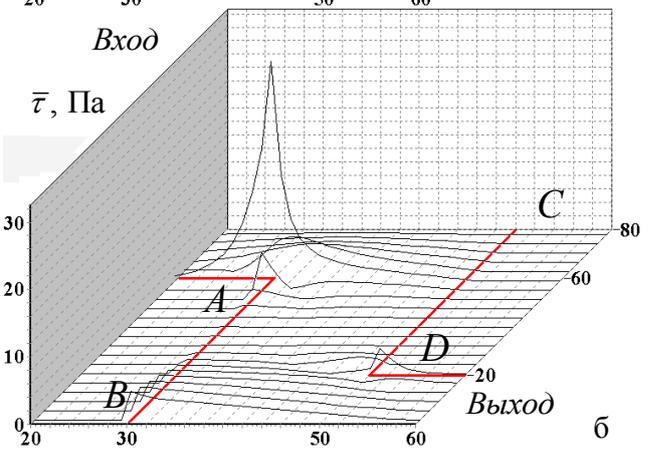
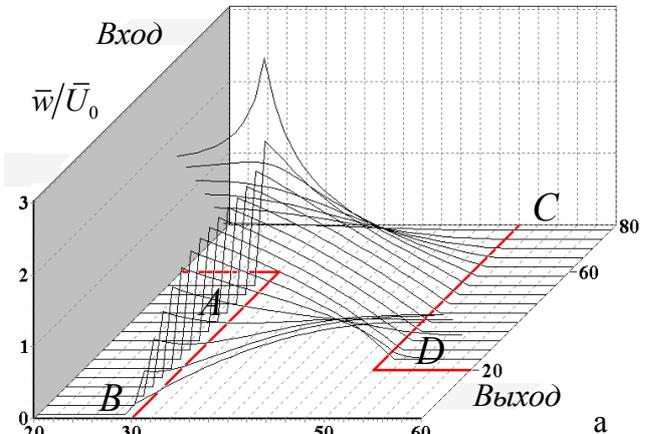


Рис. 5. Эпюры полной безразмерной скорости вязкого потока  $w=(u^2+v^2)^{0.5}$  (а) и касательных напряжений  $\tau$  (б).

Граничные условия для стенок запишем как условия для полного прилипания вязкого материала к стенкам многоугольного штампа:  $\psi_{i,0}=0$ ;  $\zeta_{i,0}=2(\psi_{i,1}-\psi_{i,0})/\eta^2$ ;  $\psi_{i,20}=0$ ;  $\zeta_{i,20}=2(\psi_{i,19}-\psi_{i,20})/\eta^2$ ;  $\psi_{30,j}=0$ ;  $\zeta_{30,j}=2(\psi_{31,j}-\psi_{30,j})/\xi^2$ ;  $\psi_{i,50}=0$ ;  $\zeta_{i,50}=2(\psi_{51,j}-\psi_{50,j})/\xi^2$ ;  $\psi_{i,60}=0$ ;  $\zeta_{i,60}=2(\psi_{i,61}-\psi_{i,60})/\eta^2$ ;  $\psi_{i,80}=0$ ;  $\zeta_{i,80}=2(\psi_{i,79}-\psi_{i,80})/\eta^2$ ; в угловых точках:  $\psi_{30,80}=1$ ;  $\zeta_{30,80}=0$ ;  $\psi_{50,0}=0$ ;  $\zeta_{50,0}=0$ ;  $\psi_{30,20}=1$ ;  $\zeta_{30,20}=2\psi_{30,20}/\eta^2$ ;  $\psi_{50,60}=0$ ;  $\zeta_{50,60}=2\psi_{49,60}/\xi^2$ ; на входе:  $\psi_{0,j}=\psi_{1,j}$ ;  $u_{0,j}=1$ ;  $v_{0,j}=0$ ; на выходе:  $\psi_{80,j}=\psi_{76,j}-2\psi_{77,j}+\psi_{79,j}$ ;  $\zeta_{80,j}=\zeta_{76,j}-2\zeta_{77,j}+\zeta_{79,j}$ ;  $v_{0,j}=0$ .

Численный расчет проводился для следующих параметров: ширина каждого канала  $\bar{a}=40$  мм (рис. 1а), скорость прессования  $\bar{U}_0=270\cdot 10^{-6}$  м/с, давление прессования  $\bar{p}=518$  кПа, плотность модели  $\bar{\rho}=1850$  кг/м<sup>3</sup>, предел текучести пластилина  $\bar{\sigma}_S=217$  кПа [12], удельные теплоемкость и теплопроводность пластилина  $\bar{c}=1,004$  кДж/(кг·К) и  $\bar{\lambda}=0,7$  Дж/(м·с·К) [13]; динамическая вязкость  $\bar{\eta}_{vis}=135$  Па·с, число Рейнольдса  $\mathbf{Re}=\bar{U}_0\bar{a}/\bar{\nu}_{vis}=1,48\cdot 10^{-4}$ ,  $\bar{\tau}=74$  мс, кинематическая вязкость  $\bar{\nu}_{vis}=\bar{\eta}_{vis}/\bar{\rho}=0,073$  м<sup>2</sup>/с, число шагов координатной сетки по горизонтали – 80, по вертикали – 100, шаг координаты 2 мм, относительная погрешность итераций  $10^{-3}$ . На рис. 1б-2 показаны расчетные линии тока для течения вязкой модели, на рис. 3 и рис. 4 приведены распределения функций тока  $\psi$  и вихря  $\zeta$ , а на рис. 5 – пространственные поля полной скорости течения (а) и касательных напряжений (б), где вход в многоугольный штамп – слева, а выход – вправо.

### 3. Результаты моделирования

Неустойчивости разностного решения (рис. 1б-рис. 5), зарождающиеся на входной границе, распространяются вниз по потоку, а неустойчивости, зарождающиеся на выходной границе – вверх по потоку. Численное решение даёт результаты, согласующиеся с физическим экспериментом, лишь в том случае, когда вход и выход потока находятся достаточно далеко от интересующей нас области, в идеале на бесконечности.

На рис. 2 показаны линии тока, получаемые при условии, что начальные точки взяты на входе с одинаковым шагом вдоль оси  $y$ . Из-за искажений, вызванных неустойчивостями на входе, эти линии тока прижимаются к переходной стенке  $CD$ , а линии тока, лежащие ближе к стенке  $AB$ , выпадают из поля зрения. На рис. 1б показаны линии тока, получаемые при условии, что начальные точки взяты не у границы координатной сетки, соответствующей входу потока ( $i=0$ ), а на удалении 20 ячеек от неё, так же с одинаковым шагом вдоль оси  $y$ . Точно так же на рис. 3-5 обрезаем расчётные линии тока на расстоянии 20 ячеек от границы координатной сетки, соответствующей выходу потока ( $i=80$ ), чтобы в поле зрения не попадали искажения, вызванные неустойчивостями на выходе.

### 4. Заключение

1. Предложенный гидродинамический подход к динамике вязкого течения аморфного материала при РКМУП через многоугольный штамп позволяет существ-

венно расширить феноменологические представления о механике процесса интенсивного деформирования полимерных материалов, а также дать количественную оценку наблюдаемой макроскопической ротации материала (рис. 1а) на основании геометрической аналогии между величиной макроротора и величинами градиентов скоростей (рис. 5а) и касательных напряжений (рис. 5б) в потоке вязкого деформированного материала. Так, на рис. 5а-5б в зоне очага деформирования  $ABCD$  (в области переходного канала  $ABCD$ , рис. 1) можно видеть пики полной скорости вязкого потока (рис. 5а) и касательных напряжений (рис. 5б), которые характеризуют значительную неоднородность деформаций в объеме обрабатываемого материала, что может вызвать растрескивание заготовки в зоне  $ABCD$ .

2. Существование больших градиентов скоростей (рис. 5а) и касательных напряжений (рис. 5б) может обуславливать относительное вращательное движение для lamelley обрабатываемого полимерного материала и тем самым формировать зоны макроскопической ротации в очаге пластического деформирования  $ABCD$  при РКМУП (рис. 1а).

3. Теоретически и экспериментально показана возможность исследования процесса РКМУП вязких сплошных сред посредством численного решения уравнений Навье-Стокса, что позволяет выполнить корректную оценку основных энергосиловых параметров процесса, а также существенно ускорить и удешевить процесс проектирования многоугольных штампов для реализации интенсивного деформирования по сравнению с натурным физическим моделированием. В рамках развиваемого подхода все разнообразие вязких течений обрабатываемых аморфных полимерных материалов при многоугольном прессовании предлагается сводить к решению уравнений Навье-Стокса, причем разные течения отличаются только граничными и начальными условиями, а также числом Рейнольдса  $\mathbf{Re}$ . Подобие результатов компьютерного (рис. 1б-5) и физического моделирования (рис. 1а), позволяет полагать, что разработанная методика найдет дальнейшее применение для анализа течения полимеров при РКМУП в штампах со сложной геометрией.

4. Решение уравнения переноса вихря для вязкого течения материала при РКМУП неявно учитывает наличие контактного трения вязкого материала со стенками многоугольного штампа, причём граничные условия задачи содержат условие полного прилипания.

5. Предложен и практически реализован быстрый алгоритм решения уравнения переноса вихря  $\zeta$ , который корректно учитывает влияние входного и выходного каналов углового штампа в задаче РКМУП вязкого аморфного материала. Результаты расчетов хорошо согласуются с данными экспериментов.

### Литература

1. V.A. Beloshenko, Ya.E. Beygelzimer and V.N. Varyukhin. Polymer solid state extrusion. Kiev, Naukova dumka (2008) 207 p. (in Russian) [В.А. Белошенко, Я.Е. Бейгельзимер, В.Н. Варюхин. Твердофазная экстру-

- зия полимеров. Киев, Наукова думка (2008) 207 с.]
2. V.A. Beloshenko, V.N. Varyukhin, A.V. Voznyak, Yu.V. Voznyak. *Polym. Eng. Sci.* **50**, 5 (2010).
  3. V.Z. Spuskanyuk, A.V. Spuskanyuk, V.N. Varyukhin. *J. Mater. Process. Technol.* **203**, 1-3 (2008).
  4. A. Rosochowski, L. Olejnik. *J. Mater. Process. Technol.* **125-126**, 309 (2002).
  5. H.S. Kim. *Mater. Sci. Eng.* **A328**, 1-2 (2002).
  6. J.-F. Gerbeau, C. Le Bris, T. Lelièvre. *Mathematical Methods for the Magnetohydrodynamics of Liquid Metals*. OUP (2006) 324 p.
  7. P.J. Roache. *Fundamentals of Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers (1998) 648 p.
  8. V.Iu. Bezuglyi, N.M. Beliaev. *Numerical methods in the theory of convective heat and mass transfer*. Kiev-Donetsk, Vishcha Shkola (1984) 176 p. (in Russian) [В.Ю. Безуглый, Н.М. Беляев. Численные методы теории конвективного теплообмена. Киев-Донецк, Вища школа (1984) 176 с.]
  9. P.A. Davidson. *Turbulence. An introduction for scientists and engineers*. OUP (2004) 680 p.
  10. A.V. Perig, A.M. Laptev, N.N. Golodenko, A.Yu. Loshmanov, M.G. Litvinov. *Materials working by pressure. Collection of science papers. Founder Donbass State Engineering Academy-Kramatorsk*. 1 (20) (2009) (in Russian) [А.В. Периг, А.М. Лаптев, Н.Н. Голоденко, А.Ю. Лошманов, М.Г. Литвинов. Обработка материалов давлением: тем. сб. науч. тр. – Краматорск: ДГМА. 1 (20) (2009)].
  11. A.V. Perig, A.M. Laptev, N.N. Golodenko, Yu.A. Erfort, E.A. Bondarenko. *Mater. Sci. Eng.*, A. 527, 16-17 (2010).
  12. H. Sofuoglu, J. Rasty. *Tribol. Int.* **33**, 8 (2000).
  13. K. Chijiwa, Y. Hatamura, N. Hasegawa. *T. Iron Steel I. Jpn.* **21**, 8 (1981).